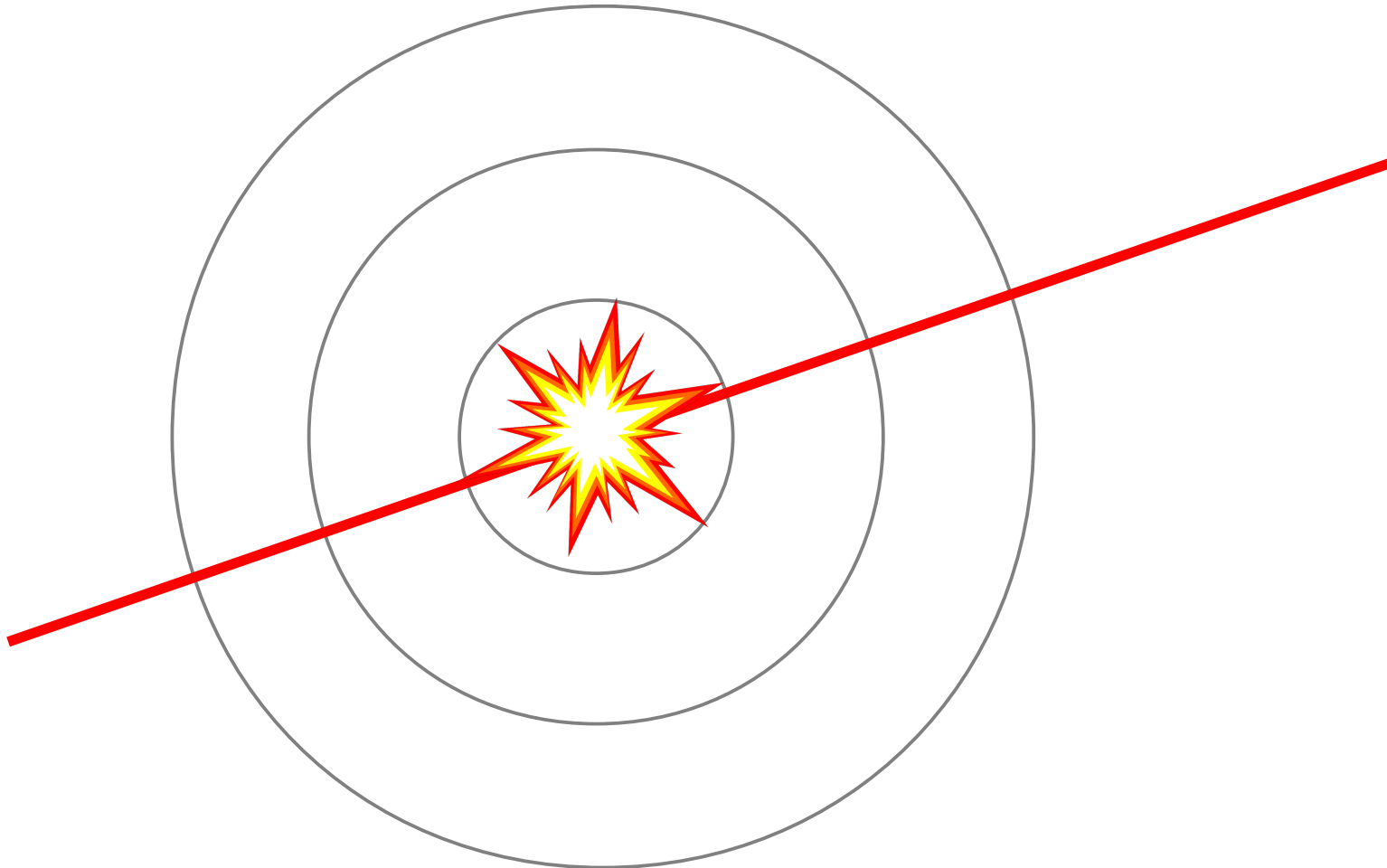


Schall-Auswertung von Feuerkugel-Fragmentationen und Bestimmung der Trajektorienlage



Autor und Referent: Beat Booz; Datum: 10.06.2023

Berechnung des Fragmentierungs-Ortes

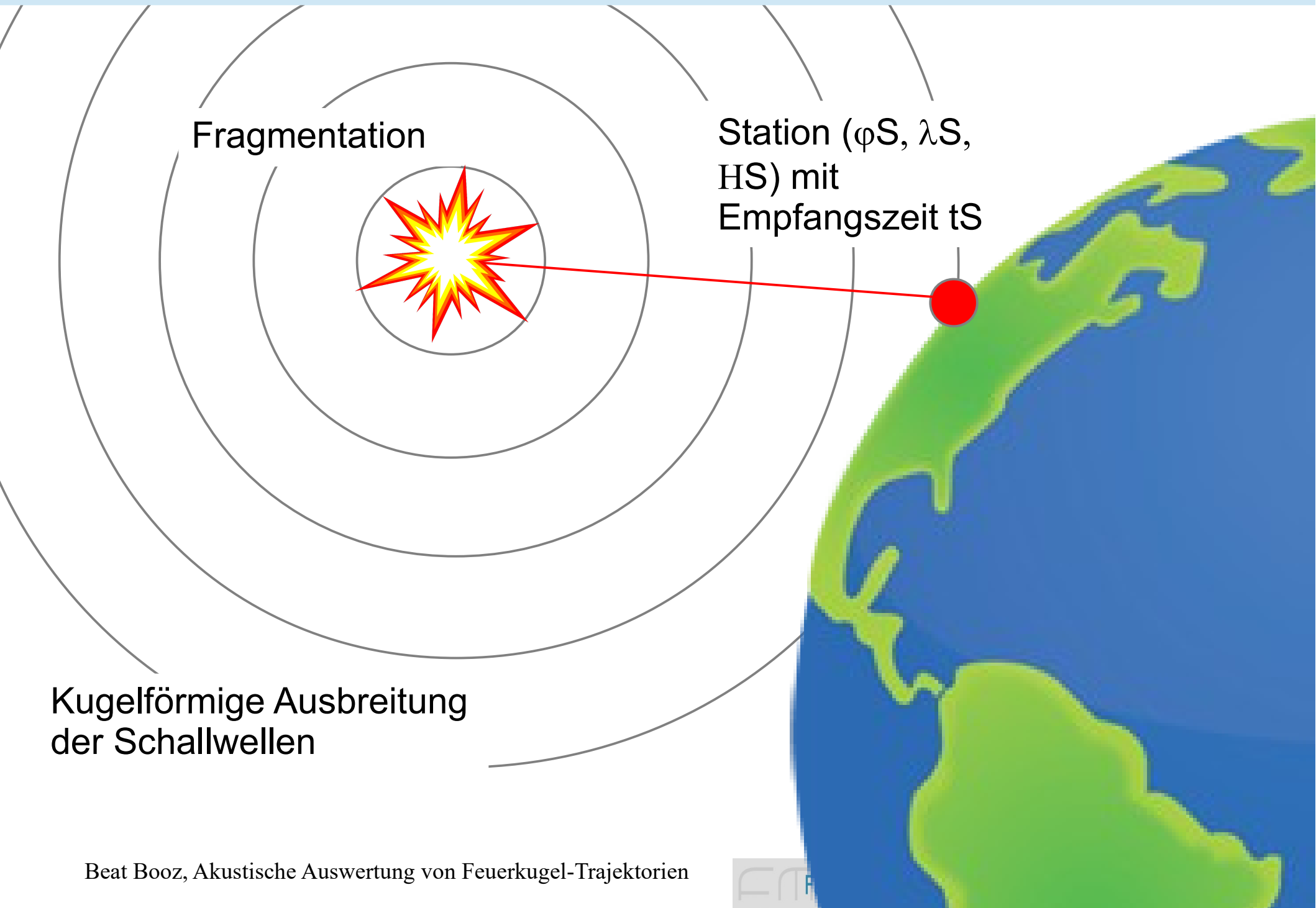
Bei einem Feuerkugel-Ereignis können entlang der Trajektorie Fragmentierungen auftreten. Bei solchen breiten sich die Schallwellen vom Fragmentierungsort (Explosionsort) kugelförmig aus.

Bei unserem vereinfachten Modell für die Ortsbestimmung eines Fragmentierungspunktes nehmen wir folgende Vereinfachungen an:

1. Die Schallgeschwindigkeit ist konstant
2. Windeinflüsse werden vernachlässigt -> Windstille
3. Die Schallwellen erreichen die Registrierungs-Station auf direktem Weg.

Zudem gehen wir davon aus, dass vom Feuerkugel-Ereignis keine visuellen Beobachtungen bzw. Foto- und Filmaufzeichnungen vorliegen, und auch keine Signal-Richtung. Bekannt ist lediglich der Empfangszeitpunkt des Signals für die Registrierungs-Station.

Berechnung des Fragmentierungs-Ortes



Berechnung des Fragmentierungs-Ortes

Frage:

Wieviele Registrierungs-Stationen sind mindestens erforderlich um den Fragmentierungsort (Explosionsort) unter den vorausgesetzten Annahmen zu berechnen?



Wer wagt eine Prognose?

Berechnung des Fragmentierungs-Ortes

Schauen wir uns die für Station 1 bekannten Größen an:

Geografische Breite:	φ_{S1} [°]
Geografische Länge:	λ_{S1} [°]
Geografische Höhe ü.M.:	H_{S1} [km]
Empfangszeit des Schall-Signales:	t_{S1} [s]

Für die weiteren Betrachtungen rechnen wir die geografischen Koordinaten der Station 1 in kartesische xyz-Koordinaten (Ursprung des Koordinatensystems = Erdmittelpunkt im WGS84) um. Die Formeln dazu auf der folgenden Folie.

Der Stationsort 1 ist somit definiert durch die xyz-Koordinaten.

x-Koordinate:	x_{S1}
y-Koordinate:	y_{S1}
z-Koordinate:	z_{S1}

Berechnung des Fragmentierungs-Ortes

Umrechnung der geografischen Koordinaten des Stationsortes in xyz-Koordinaten:

Äquatorradius der Erde: $a := 6378.137$ [km] Referenzellipsoid WGS 84
Polradius der Erde: $b := 6356.75231425$ [km]

Geozentrischen Breite: $\Phi_{\text{geoz}} = \text{atan}\left(\frac{b^2}{a^2} \cdot \tan(\Phi)\right)$

Geozentrischer Radius: $\rho = \frac{1}{\sqrt{\frac{\cos(\Phi_{\text{geoz}})^2}{a^2} + \frac{\sin(\Phi_{\text{geoz}})^2}{b^2}}}$

xyz-Koordinaten der Station:

$$x = (\rho \cdot \cos(\Phi_{\text{geoz}}) + H \cdot \cos(\Phi)) \cdot \cos(\lambda)$$

$$y = (\rho \cdot \cos(\Phi_{\text{geoz}}) + H \cdot \cos(\Phi)) \cdot \sin(\lambda)$$

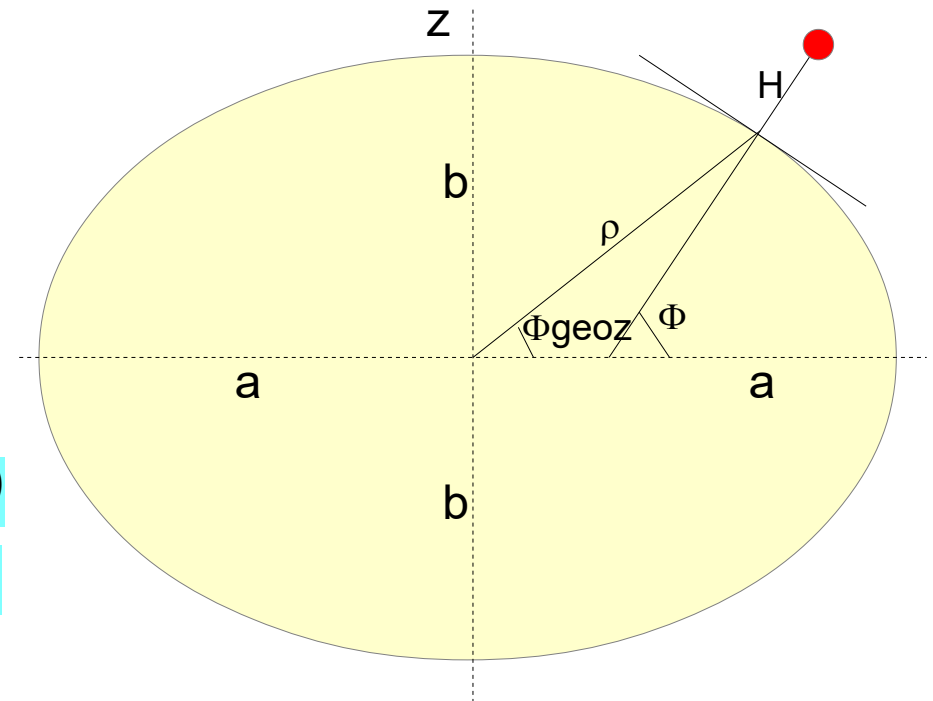
$$z = \rho \cdot \sin(\Phi_{\text{geoz}}) + H \cdot \sin(\Phi)$$

Orientierung des Koordinatensystems:

x: Vom Erdmittelpunkt zum Schnittpunkt des Nullmeridians mit dem Äquator.

z: Vom Erdmittelpunkt zum Nordpol

y: Ergänzend zu x,z für ein Rechtssystem

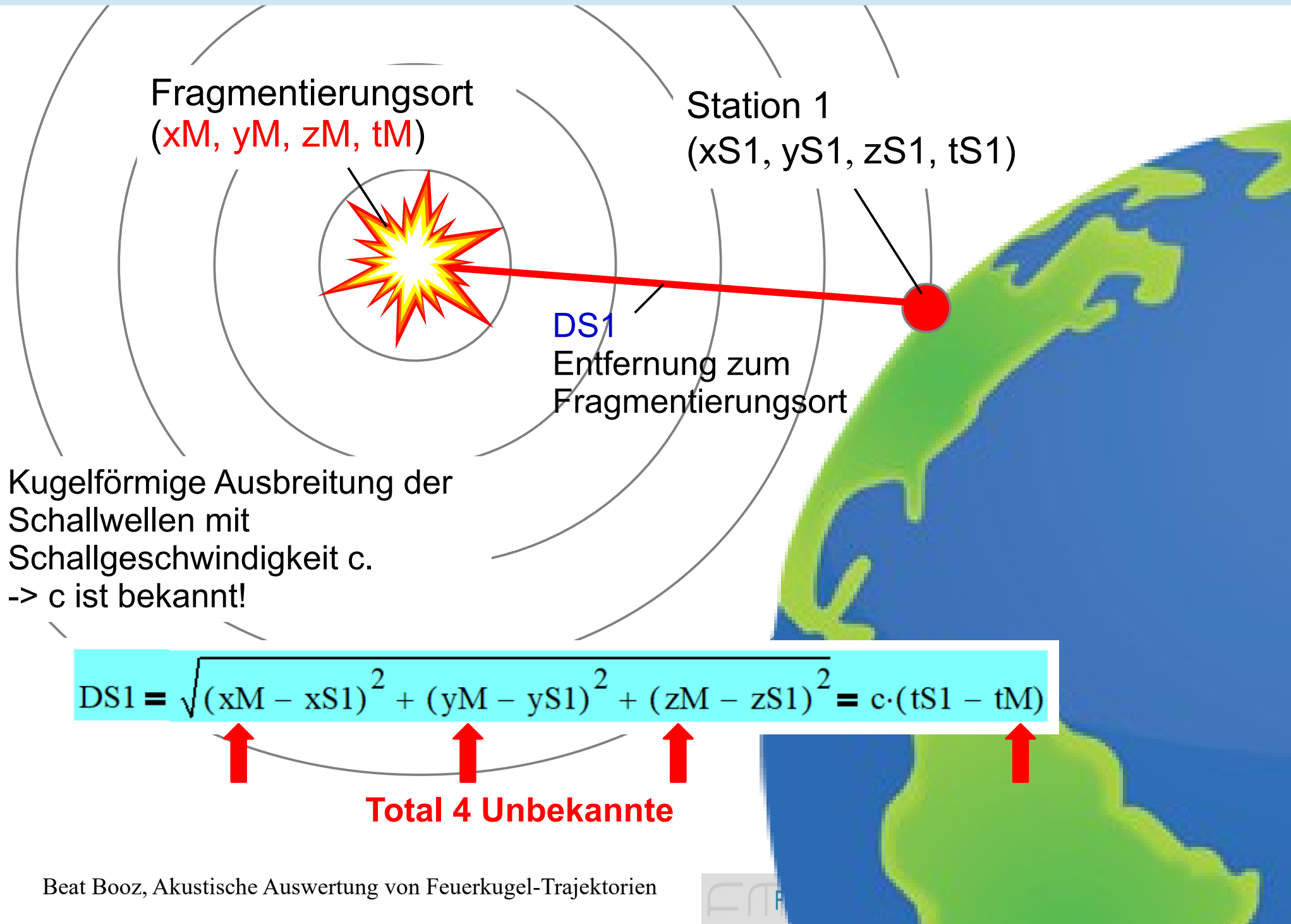


φ : Geografische Breite der Station

λ : Geografische Länge der Station

H : Höhe der Station

Berechnung des Fragmentierungs-Ortes



Berechnung des Fragmentierungs-Ortes

Es gelten die folgenden Gleichungen:

Für Station 1 gilt: $\sqrt{(x_M - x_{S1})^2 + (y_M - y_{S1})^2 + (z_M - z_{S1})^2} = c \cdot (t_{S1} - t_M)$

Für Station 2 gilt: $\sqrt{(x_M - x_{S2})^2 + (y_M - y_{S2})^2 + (z_M - z_{S2})^2} = c \cdot (t_{S2} - t_M)$

Für Station 3 gilt: $\sqrt{(x_M - x_{S3})^2 + (y_M - y_{S3})^2 + (z_M - z_{S3})^2} = c \cdot (t_{S3} - t_M)$

Für Station 4 gilt: $\sqrt{(x_M - x_{S4})^2 + (y_M - y_{S4})^2 + (z_M - z_{S4})^2} = c \cdot (t_{S4} - t_M)$

Mit 4 Stationen erhalten wir ein Gleichungssystem mit den 4 Unbekannten x_M , y_M , z_M und t_M , welches iterativ gelöst werden kann!

Die Antwort nach der Mindestanzahl Stationen, um den Fragmentierungsort bestimmen zu können, lautet also **4**.

Sind mehr als 4 Stationen verfügbar kann mittels Fehlerquadratrechnung weiter optimiert werden.

Berechnung des Fragmentierungs-Ortes

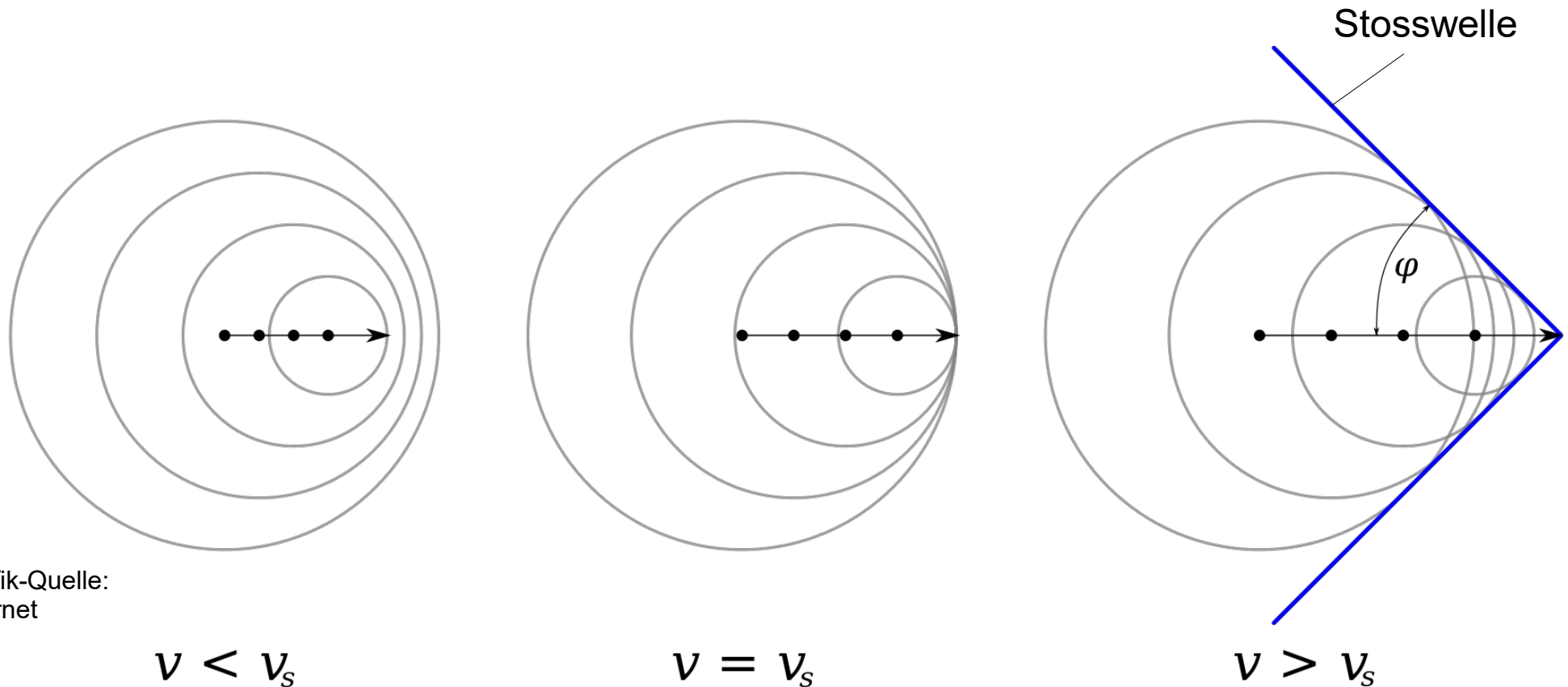
Die geografischen Koordinaten ϕ_M , λ_M , H_M des Fragmentierungsortes erhält man durch Rücktransformation der kartesischen Koordinaten x_M , y_M , z_M . Die Formeln hierzu findet man im Internet (falls nicht helfe ich bei Bedarf gerne weiter).

Somit sind der Fragmentierungsort (Punkt auf der Trajektorie!) und die zugehörige Zeit bekannt -> Aufgabe gelöst!

Feuerkugeln bewegen sich jedoch entlang einer Trajektorie. Wir möchten sehr gerne die Lage dieser Trajektorie bestimmen. Auch ist das Auftreten von Fragmentierungen entlang der Trajektorie nicht zwingend. Da mit vier Empfangsstationen lediglich ein Fragmentierungspunkt (und keine Trajektorienrichtung!) bestimmt werden kann, ist es naheliegend, dass noch zusätzliche unbekannte Größen definiert werden müssen. Glücklicherweise werden während dem Weg entlang der Trajektorie noch weitere Schallwellen mit nahezu zylindrischer Ausbreitungsrichtung ausgesendet, welche von den Stationen empfangen und ausgewertet werden können. Mit diesen kann die Trajektorienlage bestimmt werden. Nachfolgend eine Methode dazu.

Berechnung der Trajektorienlage

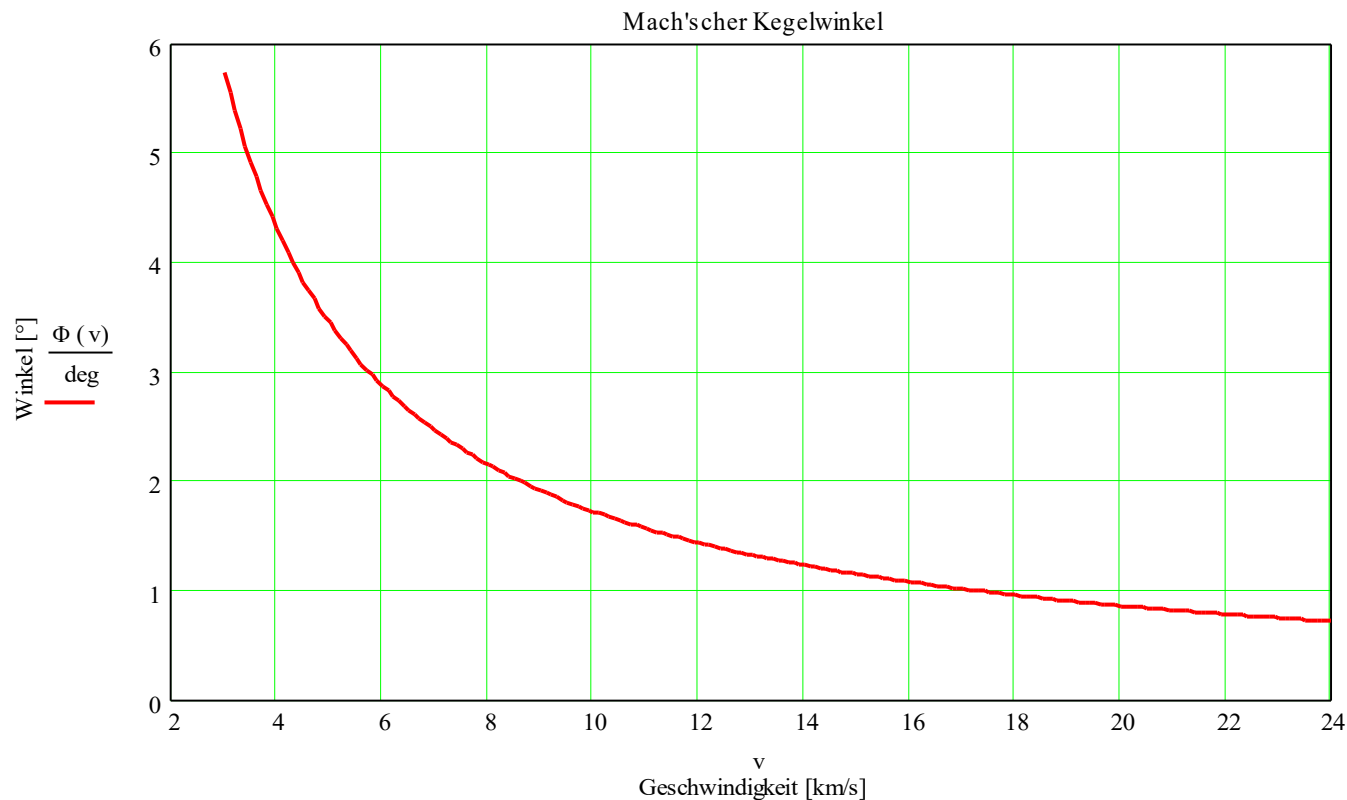
Ausbreitung der Schallwellen bei bewegter Quelle:



φ : Halber Öffnungswinkel des Mach-Kegels
 v : Geschwindigkeit der Quelle
 v_s : Schallgeschwindigkeit

Berechnung der Trajektorienlage

Grafik für den halben Mach-Kegelwinkel in Abhängigkeit der Geschwindigkeit:



φ : Halber Öffnungswinkel des Mach-Kegels
 v : Geschwindigkeit der Quelle
 v_s : Schallgeschwindigkeit

$$\Phi(v) = \arcsin\left(\frac{v_s}{v}\right)$$

Hinweise:

Beim Erlöschen einer Feuerkugel (Beginn Dunkelflug) ist noch immer etwa Mach 10 oder mehr vorhanden! Bei hohen Geschwindigkeiten wird φ immer kleiner. Deshalb wird bei Feuerkugeln oft als Näherung eine zylindrische Schall-Ausbreitung angenommen.

Berechnung der Trajektorienlage

Analytical and graphical determination of the trajectory of a fireball using seismic data

Jose Pujol, Paul Rydelek, Yoshiaki Ishihara

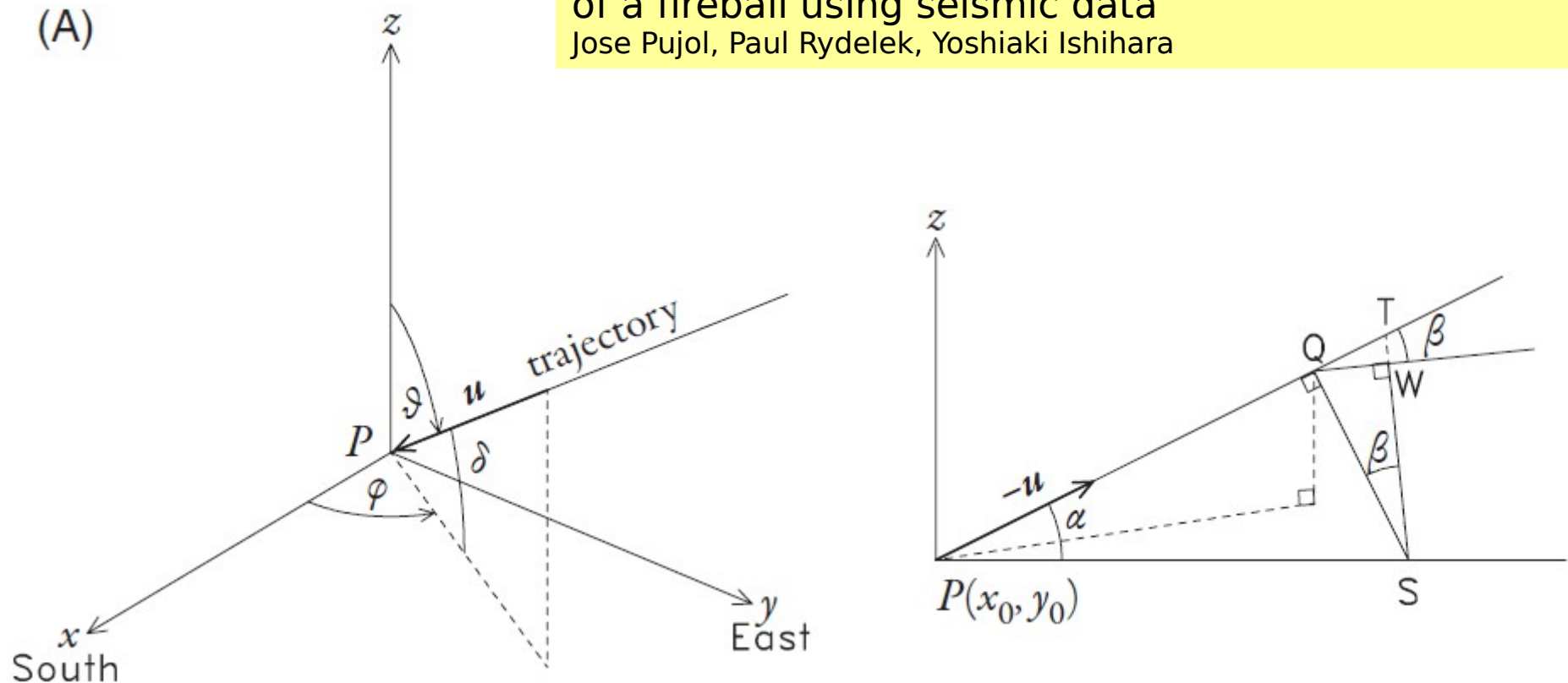


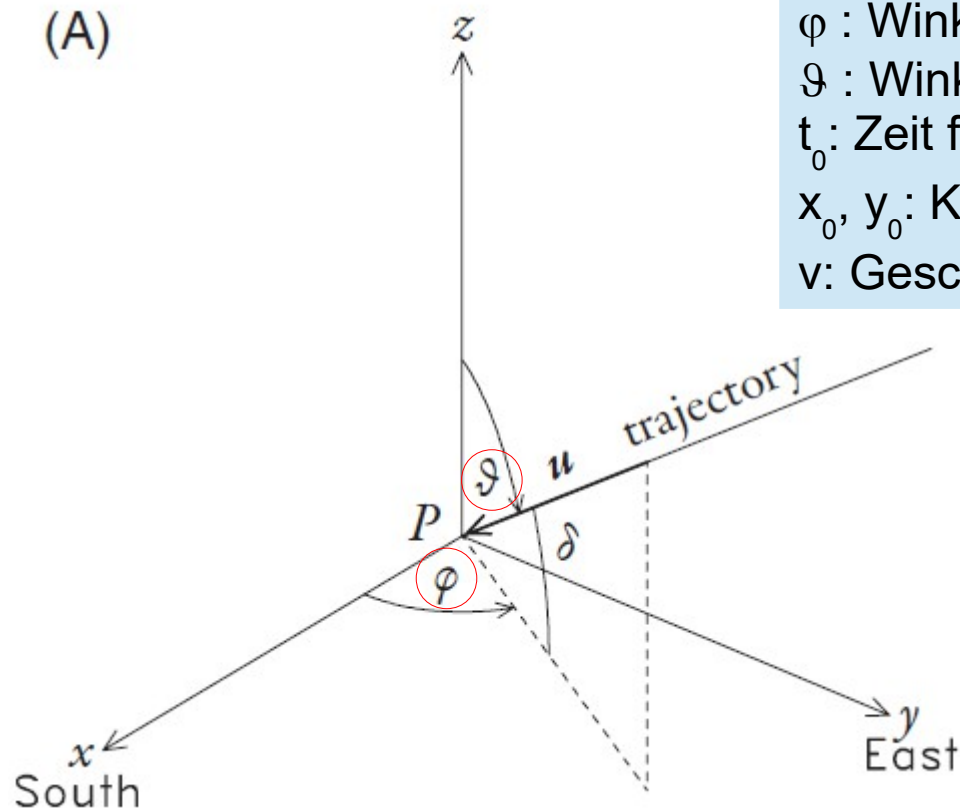
Fig. 1. (a) Local spherical coordinate system used to define the trajectory of a fireball. The system is centered at the intersection of the trajectory with the earth's surface (point P). The angle δ is the elevation of the trajectory and $\mathbf{u}$ is a unit vector. (b) Geometry for the derivation of Eq. (1). The dashed lines are as in (a). The wave that arrives at a point S on the earth's surface originates at the point T on the trajectory that makes the line $\overline{TS}$ perpendicular to the Mach cone, identified by its angle β . From Pujol et al. (2005).

$$t = t_0 - \frac{d_t}{v} + \frac{d_p \cos \beta}{c} \quad (1)$$

wobei: $d_t = \overline{PQ}$, $d_p = \overline{SQ}$

Berechnung der Trajektorienlage

(A)



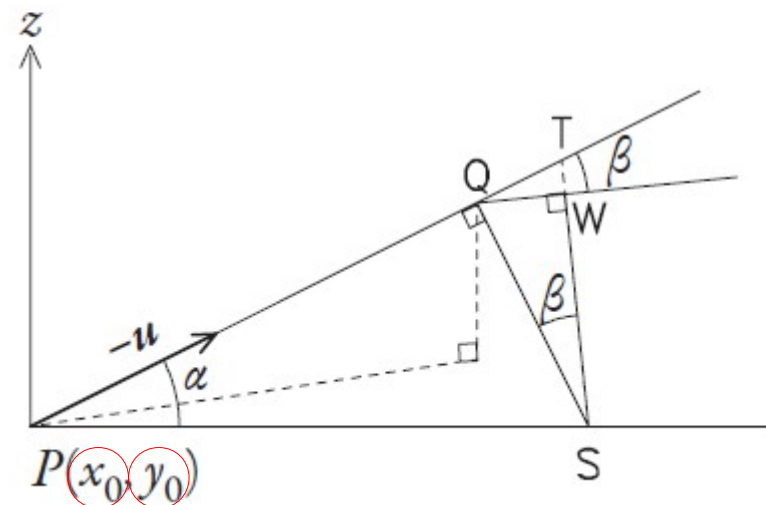
φ : Winkel in xy-Ebene zur Trajektorie
 ϑ : Winkel der Trajektorie zur z-Achse
 t_0 : Zeit für Schnittpunkt Trajektorie mit xy-Ebene
 x_0, y_0 : Koordinaten des Schnittpunktes P der Trajektorie
 v : Geschwindigkeit der Feuerkugel

$$t = t_0 - \frac{d_t}{v} + \frac{d_p \cos \beta}{c}, \quad d_t = \overline{PQ}, \quad d_p = \overline{SQ}$$

$$\beta = \sin^{-1} \frac{c}{v}$$

t: Ankunftszeit an der Station S (Registrierungszeit)
 β : Mach-Kegel-Winkel

$$\mathbf{u} = (\cos \varphi \sin \vartheta, \sin \varphi \sin \vartheta, -\cos \vartheta) = (u_1, u_2, u_3).$$



$$\mathbf{b} = \overrightarrow{SP} = (x_s - x_0, y_s - y_0, z_s),$$

$$d_t = |\mathbf{b}| \cos \alpha = |\mathbf{b} \cdot \mathbf{u}|,$$

$$d_p = \sqrt{|\mathbf{b}|^2 - d_t^2}.$$

Berechnung der Trajektorienlage

Zu bestimmende
Größen:

φ : Winkel in xy-Ebene zur Trajektorie
 ϑ : Winkel der Trajektorie zur z-Achse
 t_0 : Zeit für Schnittpunkt Trajektorie mit xy-Ebene
 x_0, y_0 : Koordinaten des Schnittpunktes P der Trajektorie
 v : Geschwindigkeit der Feuerkugel

Mit einem Iterations-Verfahren nach Levenberg-Marquardt, werden die 6 unbekannten Größen für die optimale Trajektorienlage ermittelt. Optimiert wird nach der Summe der kleinsten Fehlerquadrate der Zeit-Differenzen aller Stationen (Zeit theoretisch – Zeit registriert).

Auch bei diesem Verfahren werden eine konstante Schallgeschwindigkeit, keine Winde, und zudem eine konstante Feuerkugel-Geschwindigkeit vorausgesetzt. Weiter wird die Erdkrümmung vernachlässigt und der Schnittpunkt der Trajektorie mit dem Boden (für die Zeit t_0) auf Höhe 0 angenommen.

Berechnung der Trajektorienlage

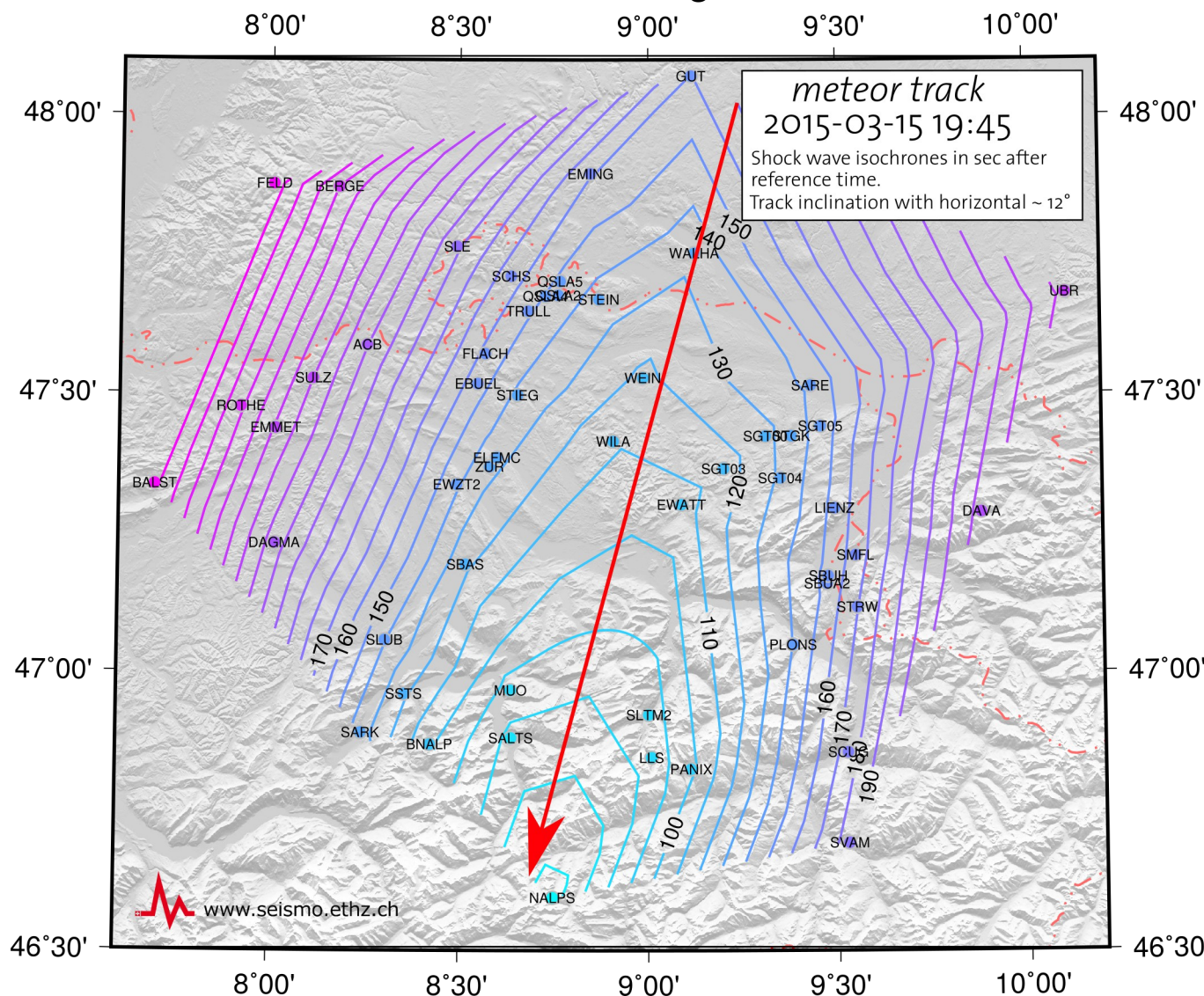
Erfahrungen mit diesem Linien-Modell haben gezeigt, dass ein Feuerkugel-Ereignis, im Vergleich zum Punktmodell (Fragmentierung mit sich kugelförmig ausbreitendem Schall), viel treffender abgebildet werden kann. Die projizierte Richtung der Trajektorie wird jeweils sehr gut wiedergegeben. Als relativ unsicher sind Feuerkugel-Geschwindigkeit und Trajektorien-Neigung zu bewerten. Da gibt es teils mehrere Lösungen mit ähnlich kleinen Fehlerquadraten.

Der SED (Schweizerischer Erdbebendienst der ETH Zürich) hat Registrierungen, welche sich nur durch Feuerkugel-Ereignisse erklären liessen, vorerst grafisch nach diesem Modell ausgewertet. Ich hatte die Ehre die Ergebnisse meiner programmierten rechnerischen Lösung (nach „Analytical and graphical determination of the trajectory of a fireball using seismic data“ von Jose Pujol, Paul Rydelek, Yoshiaki Ishihara) zu Vergleichszwecken beizusteuern. Die Vergleiche grafisch/rechnerisch sind sehr positiv ausgefallen. Inzwischen hat der SED rechnerische Verfahren im Einsatz und diese auch weiter entwickelt. Der entstandene Kontakt zum SED ist sehr erfreulich. Ab und zu werde ich in diesem Zusammenhang auch angefragt betreffend Kamera-Registrierungen seitens der FMA. Eine solche Zusammenarbeit erachte ich als sehr wertvoll. Es folgen zwei Beispiele von Auswertungen:

Berechnung der Trajektorienlage

Beispiel 1: Mutmasslicher Meteoritenfall vom 15.3.2015

Grafische Auswertung SED:



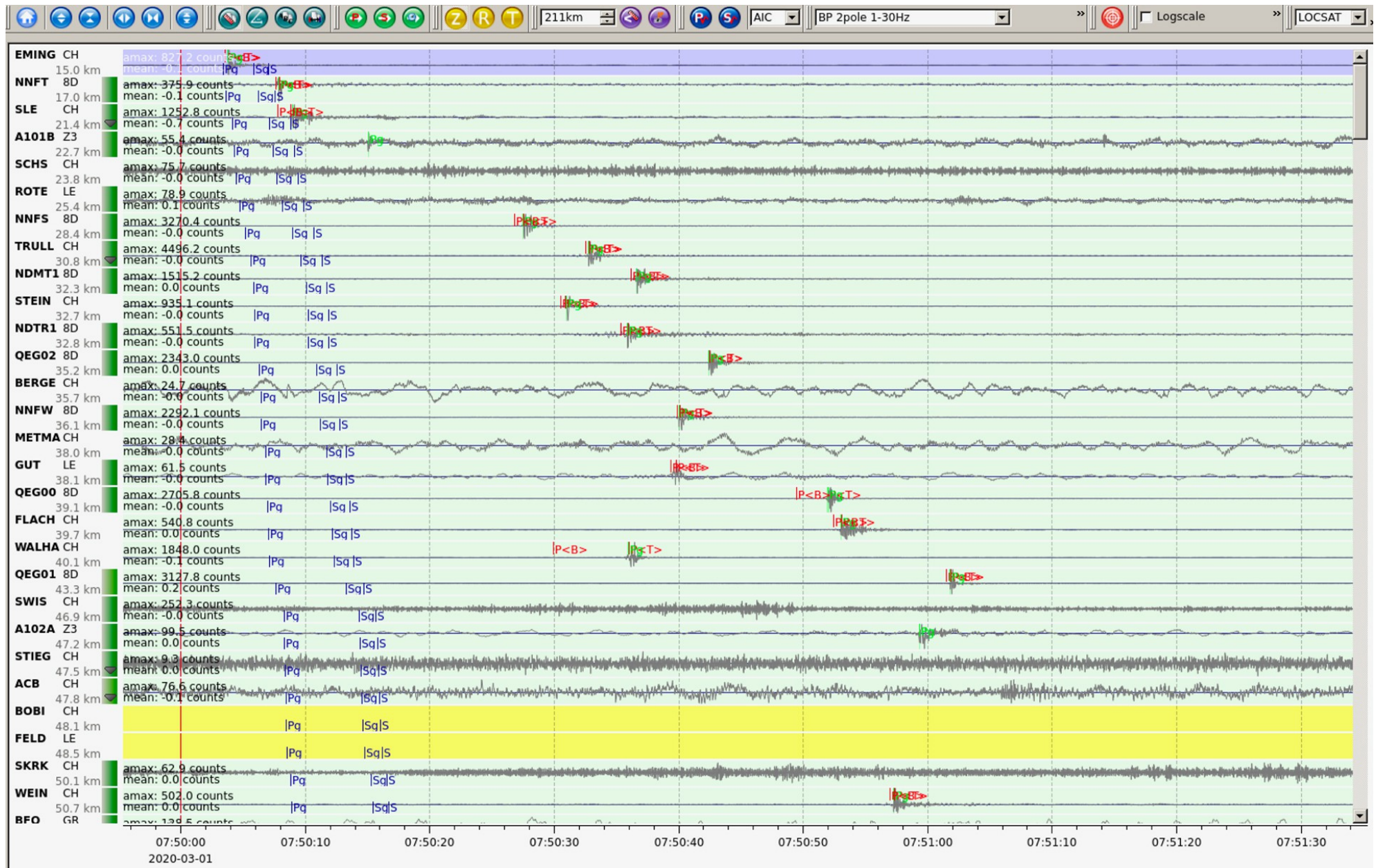
FMA:

weiss = Trajektorie Fotos/Filme
rot = Linien-Modell rechnerisch



Berechnung der Trajektorienlage

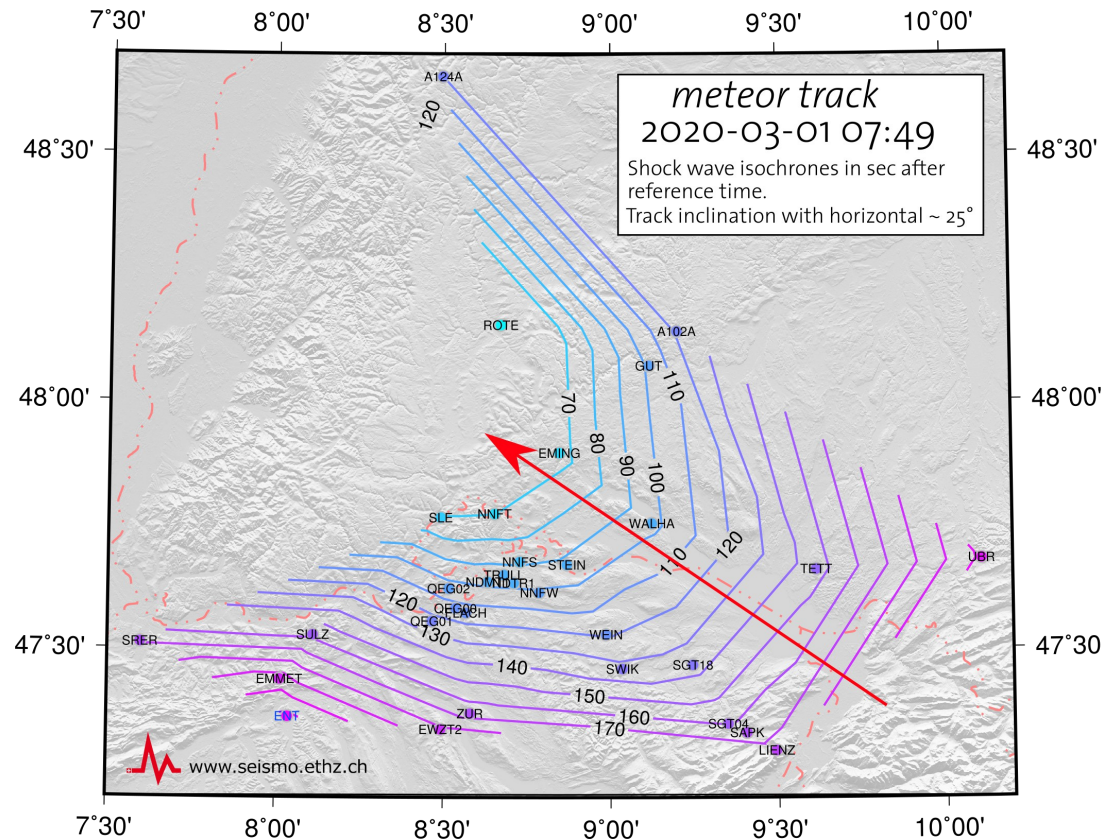
Beispiel 2: Mutmassliche Feuerkugel vom 1.3.2020 (SED-Registrierungen)



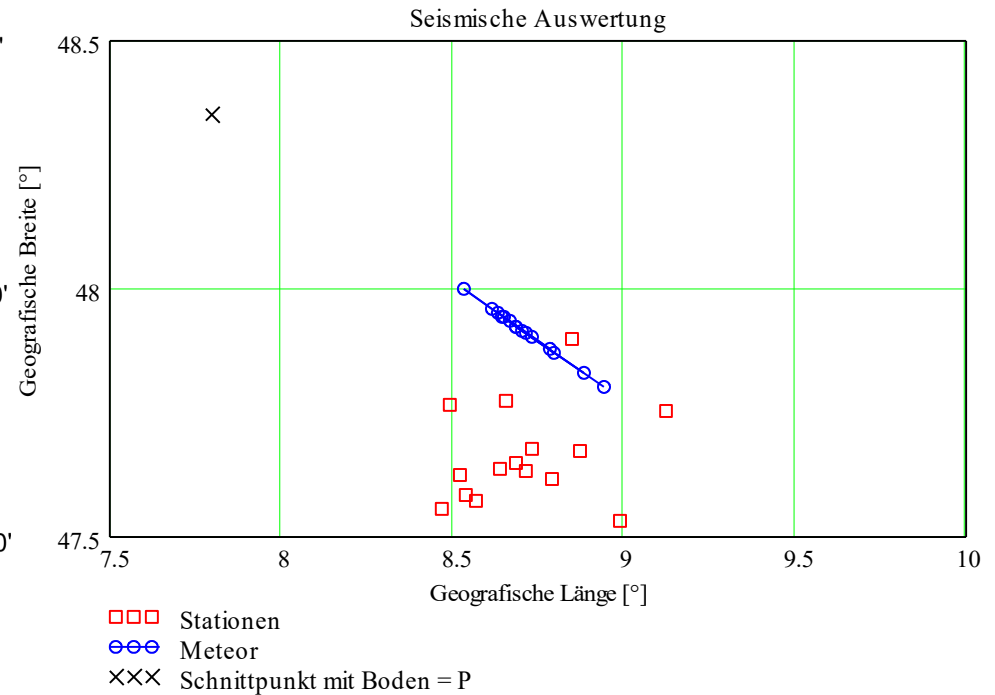
Berechnung der Trajektorienlage

Beispiel 2: Mutmassliche Feuerkugel vom 1.3.2020 (keine FMA-Registrierung)

Grafische Auswertung SED:



Modell-Berechnung:



Link zu den detaillierten Berechnungsergebnissen:

http://www.meteorastronomie.ch/intranet/pdfarchiv/1691583048883TRAJEKTORIE_SEISMISCH_M20200301.PDF

Acoustic Signals of a Meteoroid Recorded on a Large-N Seismic Network and Fiber-Optic Cables

Ismael Vera Rodriguez^{*1,2}, Marius P. Isken^{3,4}, Torsten Dahm^{3,4}, Oliver D. Lamb^{5,6}, Sin-Mei Wu⁷, Sigríður Kristjánsdóttir⁸, Kristín Jónsdóttir⁸, Pilar Sanchez-Pastor⁷, John Clinton⁷, Christopher Wollin³, Alan F. Baird⁹, Andreas Wuestefeld⁹, Beat Booz¹⁰, Eva P. S. Eibl⁴, Sebastian Heimann⁴, Bettina P. Goertz-Allmann⁹, Philippe Jousset³, Volker Oye⁹, Vala Hjörleifsdóttir¹¹, and Anne Obermann⁷

Abstract

A common challenge in acoustic meteoroid signal analyses is to discriminate whether the observed wavefield can be better described by line-source or point-source models. This challenge typically arises from a sparse availability of observations. In this work, we present an outstanding record of ground-coupled waves from local large-N seismic and distributed acoustic sensing (DAS) observations of a meteoroid in Iceland. Our complete data set includes additional regional stations located within 300 km of the meteoroid's trajectory. The dense large-N and DAS data allow identification of acoustic phases that are almost impossible to discriminate on sparser networks, including a weak late arrival resolved mostly only by DAS. Using this data set with a new Bayesian inversion model, we estimate the trajectory parameters of one fragment from the meteoroid. With these results we investigate its orbit in the solar system and propose a classification of the Icelandic event as a slow meteoroid of asteroidal origin with an energy on the order of 4–40 GJ, a probable size on the order of centimeters, and an orbit range consistent with the main asteroid belt.

Hinweis:

Für dieses Paper habe ich den Bereich der möglichen Orbits des Meteoroiden berechnet.

Ereignis:

Meteoroid am 2. Juli 2021

Link zum Paper:

<https://pubs.geoscienceworld.org/ssa/srl/article-abstract/94/2A/731/618855/Acoustic-Signals-of-a-Meteoroid-Recorded-on-a>

Referenzen

„Analytical and graphical determination of the trajectory of a fireball using seismic data“
von Jose Pujol, Paul Rydelek, Yoshiaki Ishihara:

<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0032063305001790>

„Determination of the Trajectory of a Fireball Using Seismic Network Data“
by Jose Pujol,* Paul Rydelek, and Thomas Bohlen

<https://pubs.geoscienceworld.org/ssa/bssa/article-abstract/95/4/1495/121059/Determination-of-the-Trajectory-of-a-Fireball?redirectedFrom=fulltext>

„The solution of nonlinear inverse problems and the Levenberg-Marquardt method“
von Jose Pujol¹

<https://pubs.geoscienceworld.org/geophysics/article-abstract/72/4/W1/262530/The-solution-of-nonlinear-inverse-problems-and-the?redirectedFrom=fulltext>

„A Reanalysis of Anomalous Acoustic Signals Recorded by the CERI Seismic Network on 28 January 2004“

https://www.researchgate.net/publication/240777208_A_Reanalysis_of_Anomalous_Acoustic_Signals_Recorded_by_the_CERI_Seismic_Network_on_28_January_2004

Vielen Dank für die
Aufmerksamkeit!

