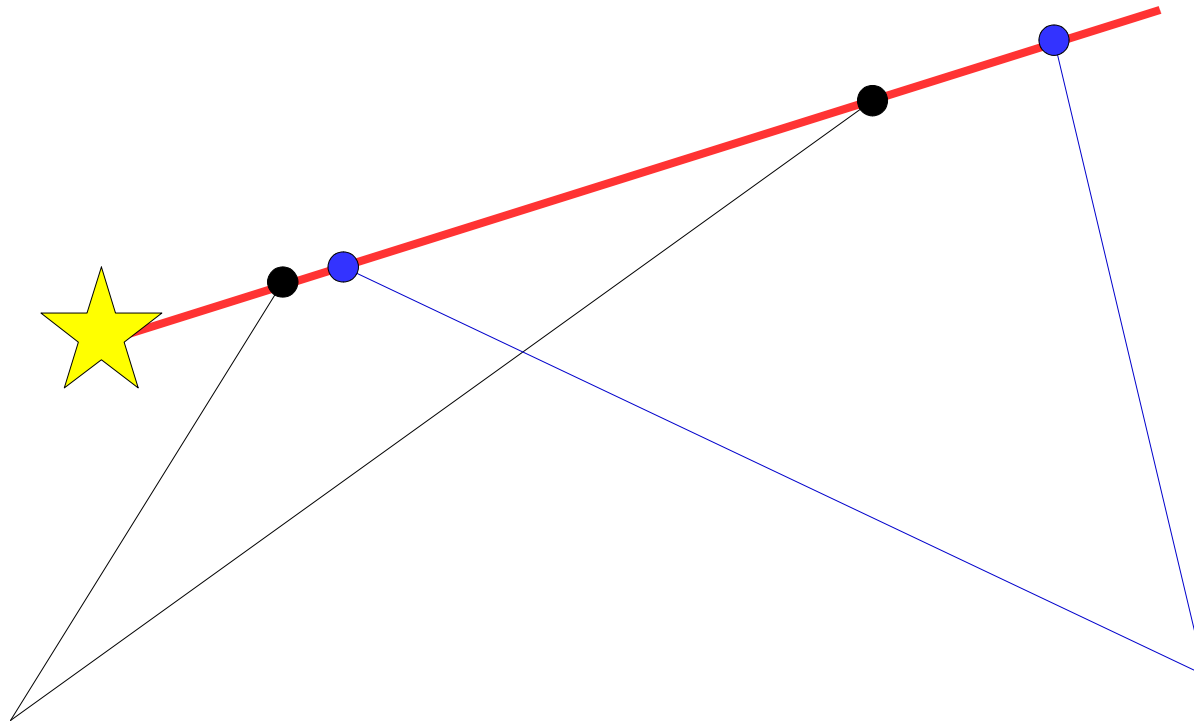


Erläuterungen und Informationen zu den Meteor-Berechnungen

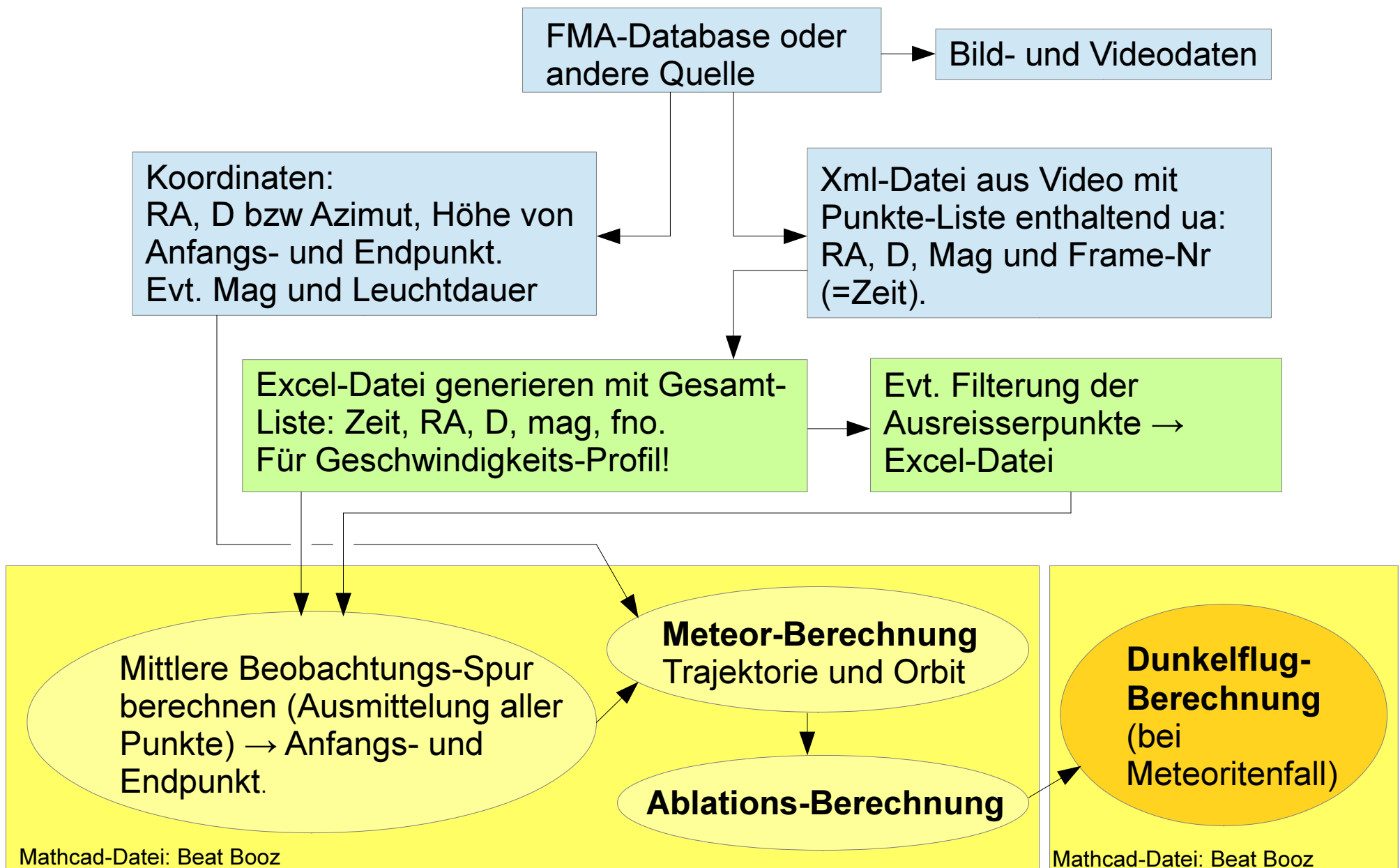


Autor und Referent: Beat Booz, Frick 28.04.2018

Themen-Übersicht

1. Erläuterungen der Ergebnis-Tabellen und Grafiken aus dem Mathcad-Meteor-Berechnungsprogramm von Beat Booz.
2. Schwerpunkt-Themen: Trajektorienberechnung und Orbit
3. Hintergrundwissen:
Welche Theorien und Berechnungsverfahren stecken dahinter?
Was wird grundsätzlich berechnet?
4. Internet-Links zu einigen Themen
5. Literatur-Hinweise
6. Fragen und Diskussion

Trajektorienberechnung - Ablauf



Referenz-Ellipsoid

Die Erde wird bei allen Berechnungen als Ellipsoid idealisiert. Bezüglich diesem werden die Beobachtungsorte, sowie alle Meteor-Trajektorien-Punkte verarbeitet.

Somit beziehen sich alle Ergebnisse von geografischer Breite und Länge, sowie Höhe, auf dieses Referenz-Ellipsoid.

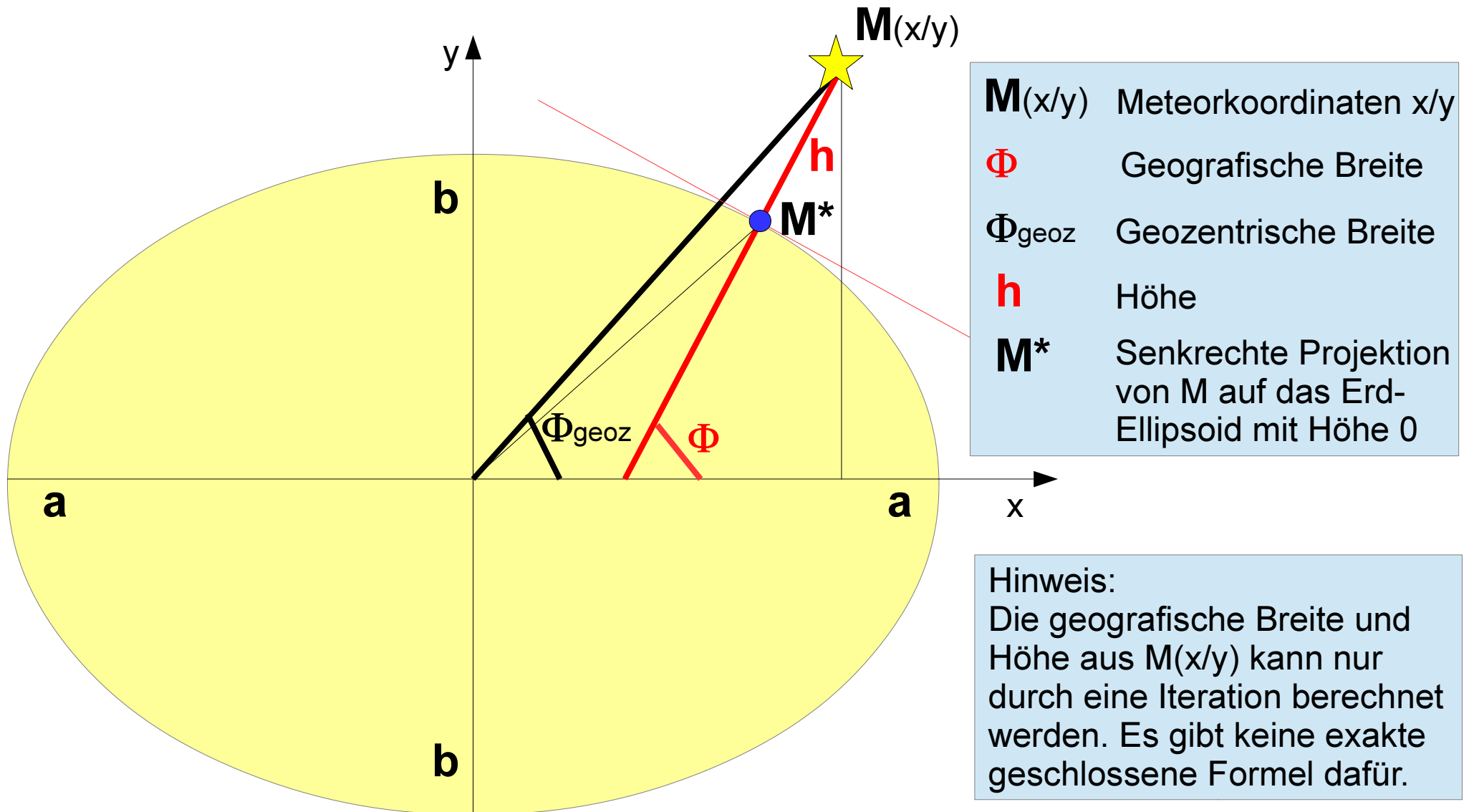
Gewählt wurde das heute gebräuchliche **WGS84** (World Geodetic System 1984) **Referenzellipsoid**, welches auch für GPS-Koordinaten sowie für Google-Earth verwendet wird.

Grosse Halbachse a in m: 6'378'137.000

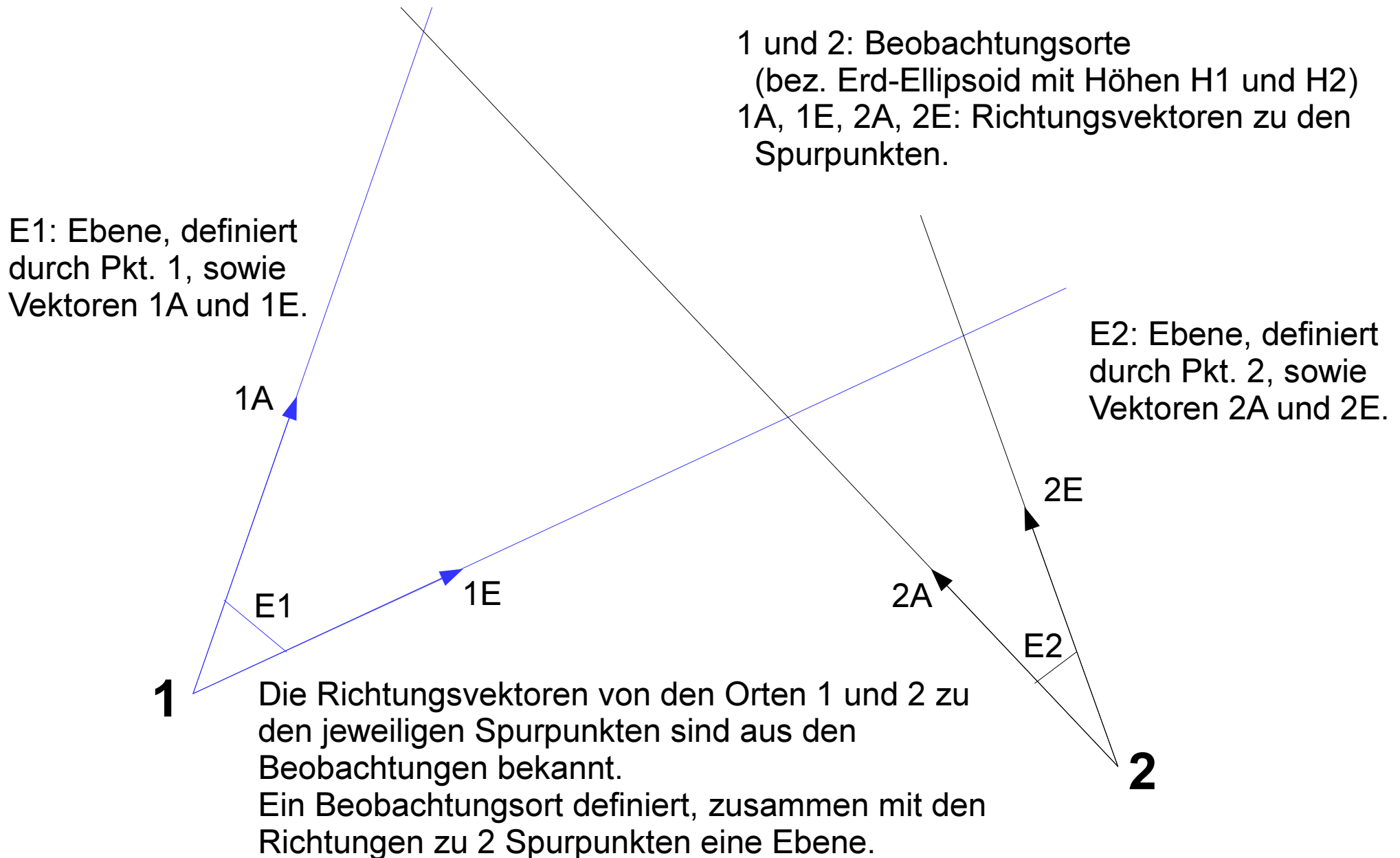
Kleine Halbachse b in m: 6'356'752.3142

Referenz-Ellipsoid

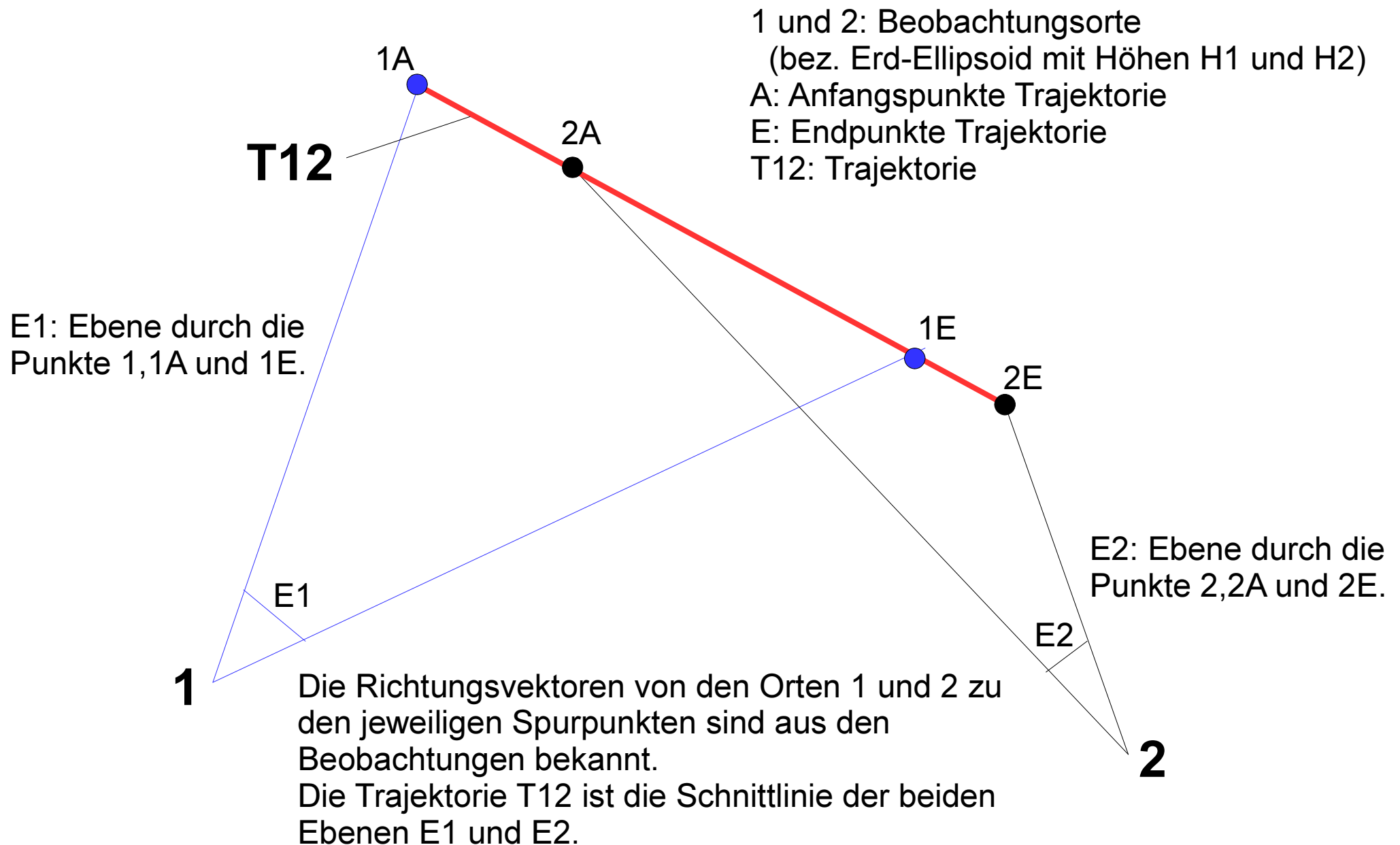
Reduktion eines Punktes $M(x/y)$ in geografische Breite und Höhe



Trajektorie aus Stationen 1 u. 2



Trajektorie aus Stationen 1 u. 2



Trajektorie aus Stationen 1 u. 2

Fazit:

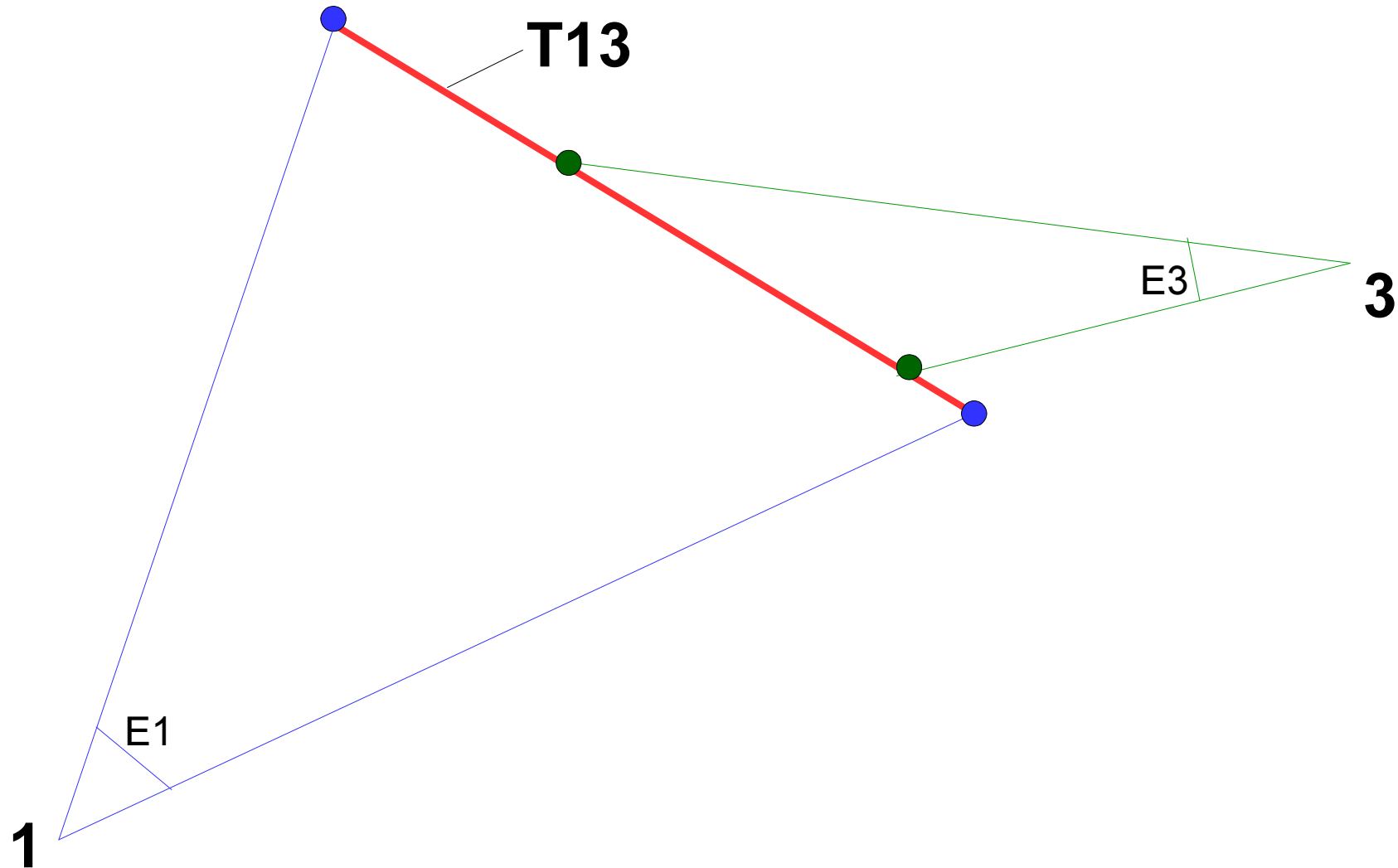
Zwei von einer Station beobachtete Spurpunkte definieren, zusammen mit dem Beobachtungsort selbst, eine Ebene, in welcher die Trajektorie liegen muss.

Folglich ergibt sich die Trajektorie aus 2 Beobachtungsorten als die Schnittlinie dieser beiden Ebenen.

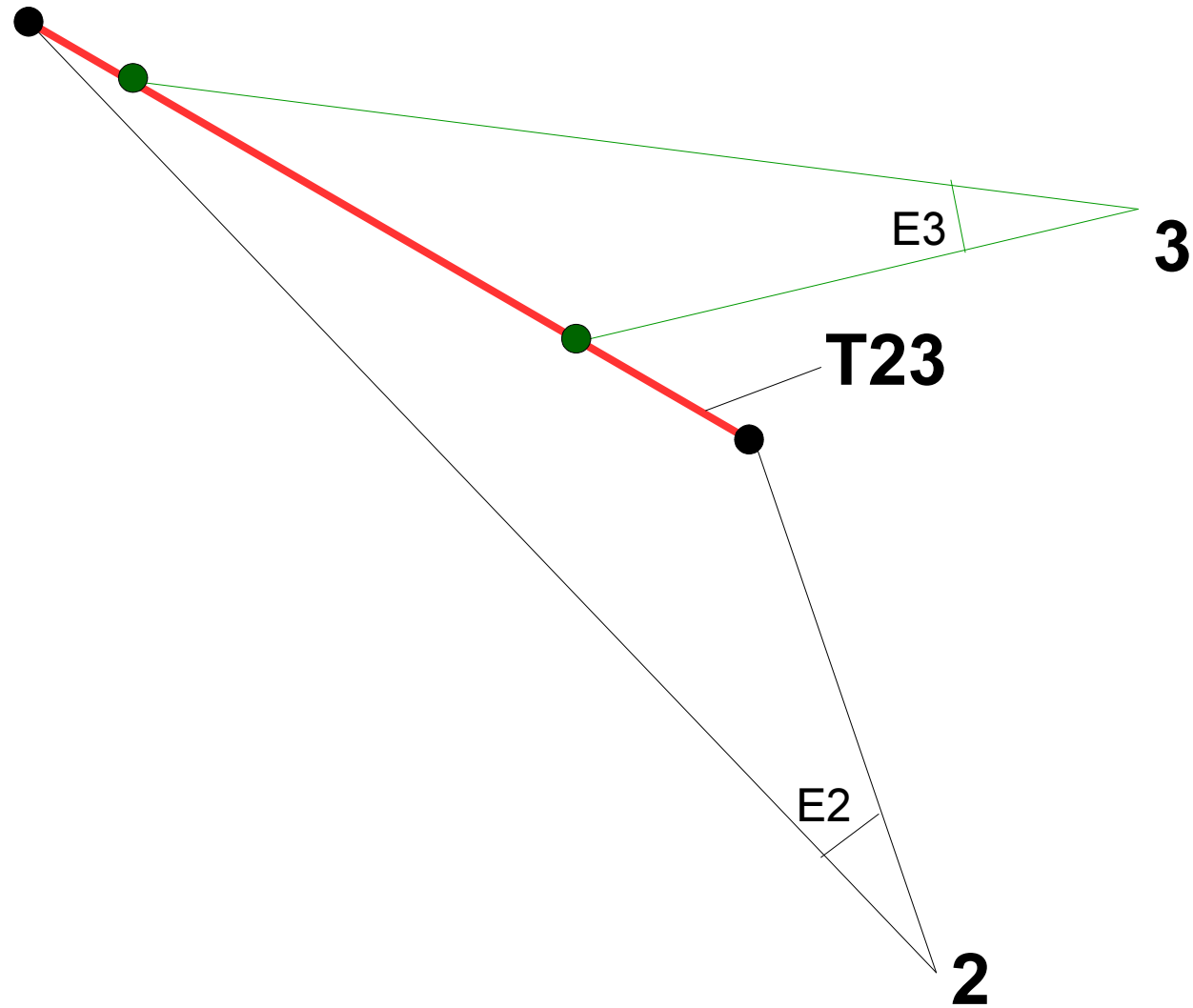
Die Lage der Punkte entlang der Trajektorie kann beliebig sein. Es müssen nicht die selben Anfangs- und Endpunkte von den Beobachtungsorten aus, erfasst werden.

Die Trajektorie liegt, bezüglich eines Beobachtungsortes, auf einem Grosskreis (Projektion auf Himmelskugel, der Beobachter befindet sich im Mittelpunkt dieser Kugel).

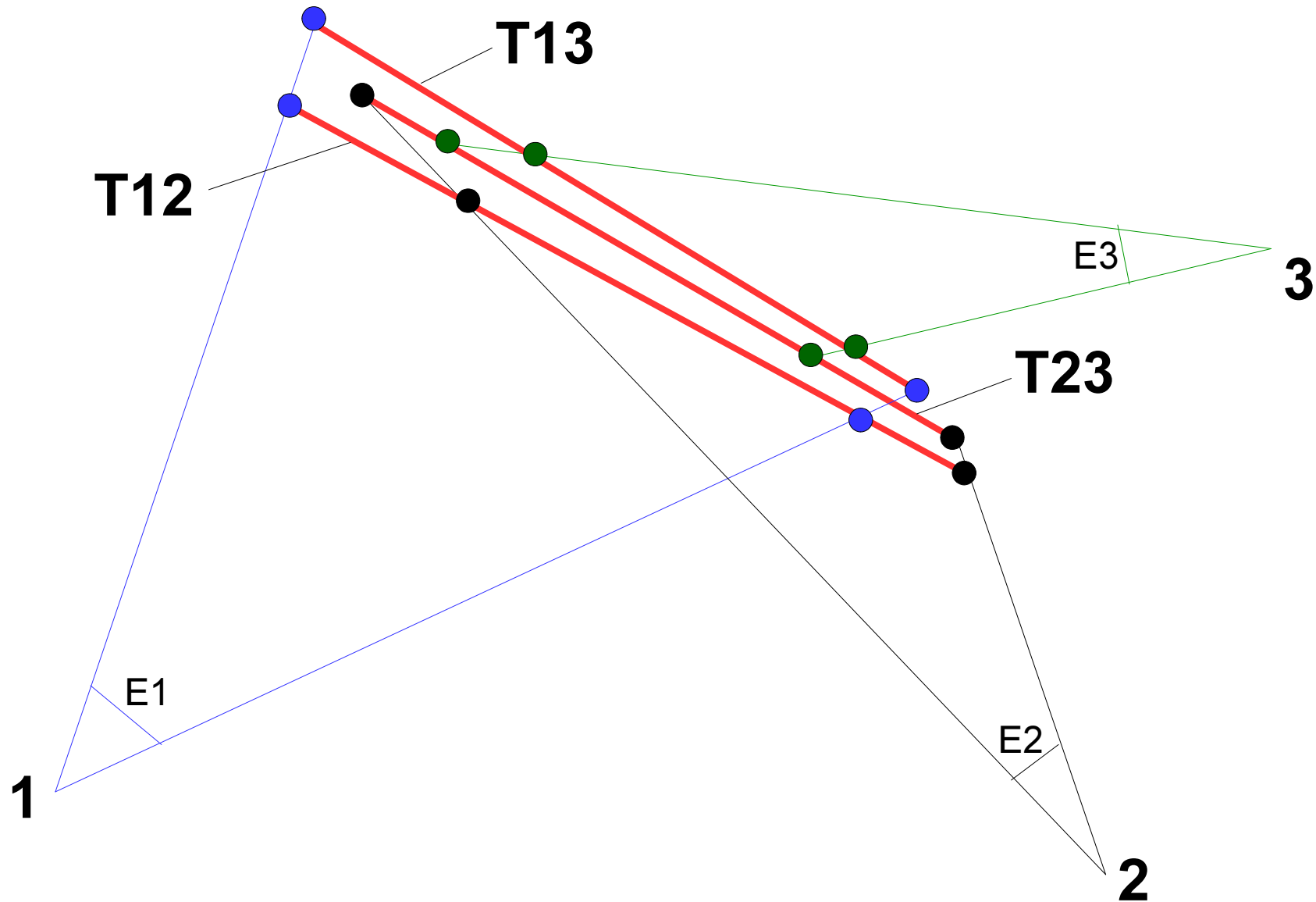
Trajektorie aus Stationen 1 u. 3



Trajektorie aus Stationen 2 u. 3



Trajektorien aus 3 Stationen



Anzahl Trajektorien-Kombinationen

Anzahl Kombinationsmöglichkeiten der Beobachtungsorte zur Berechnung der Trajektorie aus jeweils zwei Orten:

Formel:

$$NK(NB) := \frac{NB \cdot (NB - 1)}{2}$$

NB := 1..10

Für 1 bis 10 Beobachtungsorte ergeben sich somit folgende Anzahl Kombinationen:

Anzahl
Orte:

Anzahl
Kombinationen:

NB =

NK(NB)

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

0
1
3
6
10
15
21
28
36
45

Erklärungen zu Plot S. 1

Beobachtungsorte mit Koordinaten:

Die verwendeten Koordinaten gemäss den Angaben auf der FMA-Homepage.

Beobachtungsdaten: Geografische Koordinaten der Beobachtungsorte:

Φ nördlich positiv,
südlich negativ

λ östlich von Greenwich
positiv, westlich von
Greenwich negativ

Beobachtungsorte:

Nr. Stat.-Id. Stationsname

Geogr. Geogr. Höhe
Breite Φ Länge λ über
[° dez.] [° dez.] Meer
[km]

$$\text{ORT_KOORD1} = \begin{pmatrix} 1 & \text{"VTE"} & \text{"Observatoire géophysique, Val Terbi"} \\ 2 & \text{"SCH"} & \text{"Sternwarte Schafmatt"} \\ 3 & \text{"WOH"} & \text{"Beobachtungsstation Wohlen b. Bern"} \\ 4 & \text{"BUE"} & \text{"Sternwarte Bülach"} \\ 5 & \text{"GOR"} & \text{"Beobachtungsstation Gornergrat"} \\ 6 & \text{"BOS"} & \text{"Privatsternwarte Bos-cha"} \end{pmatrix}$$

$$\text{ORT_KOORD2} = \begin{pmatrix} 47.3595 & 7.4987 & 0.572 \\ 47.42025 & 7.950833 & 0.82 \\ 46.972342 & 7.357211 & 0.558 \\ 47.519753 & 8.570783 & 0.548 \\ 45.983469 & 7.783503 & 3.112 \\ 46.777367 & 10.169708 & 1.666 \end{pmatrix}$$

Erklärungen zu Plot S. 1

Mittlerer Beobachtungszeitpunkt:

Mittlerer Beobachtungszeitpunkt:

Tag:	D = 21	Stunden:	H_UT = 0
Monat:	M = 8	Minuten:	M_UT = 52
Jahr:	Y = 2017	Sekunden:	S_UT = 3
Weltzeit:	UTC = 0.8675 [h dezimal]		

Anzahl Trajektorien-Kombinationen:

Anzahl Beobachtungen (Standorte): NB = 6

Anzahl echter Kombinationsmöglichkeiten aller
Beobachtungsorte zur Verrechnung jeweils
zweier Orte miteinander: NK = 15

Erklärungen zu Plot S. 1

Meteor-Koordinaten:

Epoche der Äquatorkoordinaten:

$$JD_{\text{Epoche}} = 2451545$$

(J2000.0 = Julianisches Datum 2451545,0)

Beobachtete Äquator- bzw Horizont-Koordinaten, Helligkeit und Leuchtdauer der Spurpunkte für die Beobachtungsorte:

Orte:

0: Äquator-Koord.
1: Horizont-Koord.

Rektaszension bzw
Azimut der Spuranfänge
für Orte:

Deklinationen bzw
Höhenwinkel der
Spuranfänge für Orte:

Rektaszension bzw
Azimut der Spuren
für Orte:

Deklinationen bzw
Höhenwinkel der
Spuren für Orte:

iL =

1
2
3
4
5
6

$$HK = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\alpha A_{Ep} = \begin{pmatrix} 337.913009 \\ 25.9 \\ 13.06 \\ 36.47 \\ 101.64 \\ 286.751312 \end{pmatrix} \text{ deg}$$

$$\delta A_{Ep} = \begin{pmatrix} -13.236518 \\ 26.94 \\ 37.64 \\ 21.7 \\ 54.14 \\ 0.592912 \end{pmatrix} \text{ deg}$$

$$\alpha E_{Ep} = \begin{pmatrix} 344.64237 \\ 29.6 \\ 351.22 \\ 46.39 \\ 156.77 \\ 270.491364 \end{pmatrix} \text{ deg}$$

$$\delta E_{Ep} = \begin{pmatrix} -5.780674 \\ 29.7 \\ 65.94 \\ 21.51 \\ 31.11 \\ 9.110686 \end{pmatrix} \text{ deg}$$

Richtungen zu den Anfangs- und Endpunkten der Bahnspur (Zählweise der Azimutwinkel von Süden (0°) über Westen (90°) usw):

Leuchtdauer [s]:

Azimut
Spur-
anfang [°]

Azimut
Spur-
ende [°]

Höhe
Spur-
anfang [°]

Höhe
Spur-
ende [°]

$$Dur_{sec} = \begin{pmatrix} 4.3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 4.28 \end{pmatrix}$$

$$HOR_COORD = \begin{pmatrix} 13.226789 & 6.445458 & 28.564442 & 36.756564 \\ 25.9 & 29.6 & 26.94 & 29.7 \\ 13.06 & 351.22 & 37.64 & 65.94 \\ 36.47 & 46.39 & 21.7 & 21.51 \\ 101.64 & 156.77 & 54.14 & 31.11 \\ 72.251686 & 90.507299 & 16.808247 & 12.077183 \end{pmatrix}$$

Erklärungen zu Plot S. 1

Einige Hinweise zu den Meteor-Koordinaten:

Erklärungen und Abkürzungen:

Leuchtdauer = 0 bedeutet, dass keine Zeit verfügbar ist.

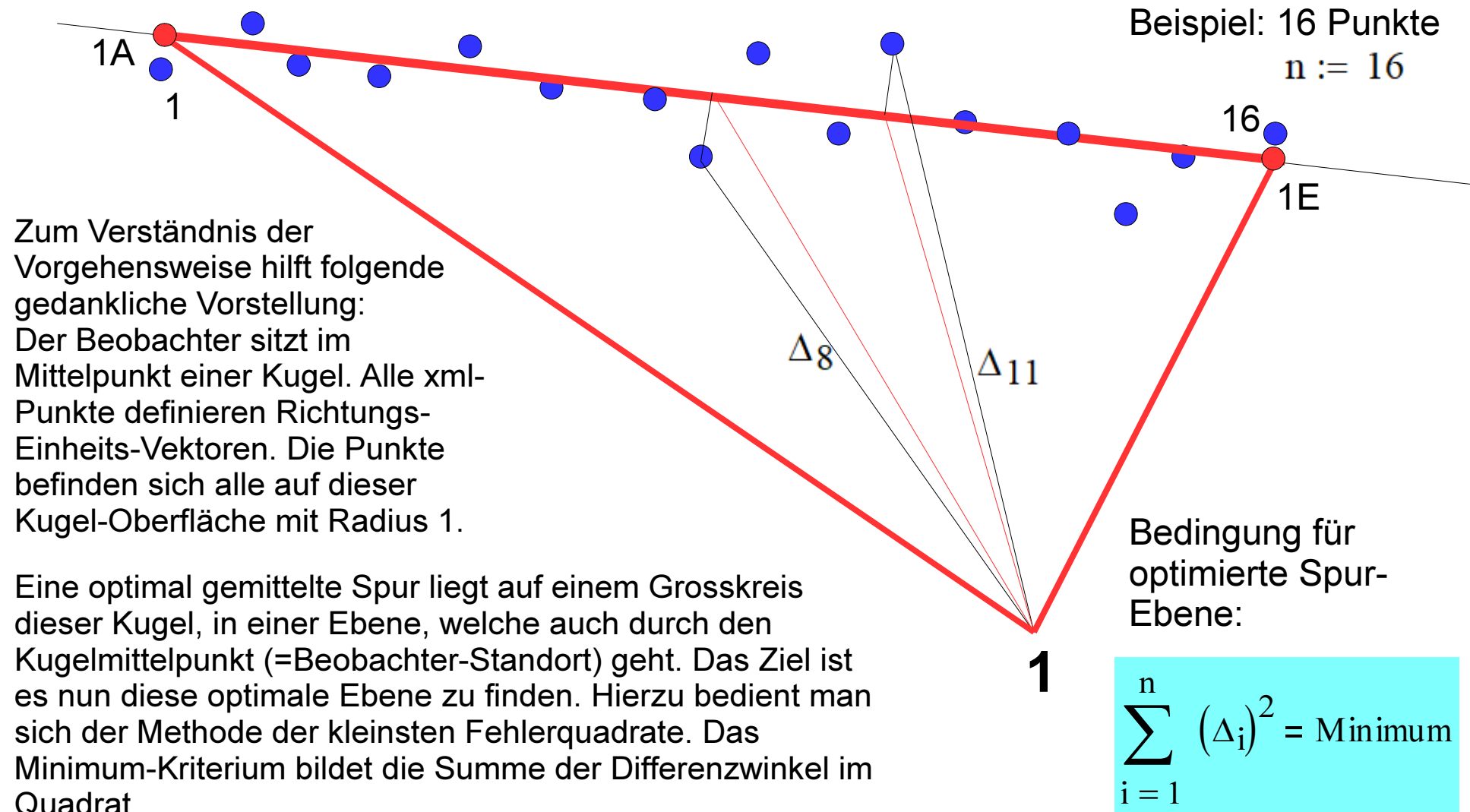
„k.A.“ bedeutet, dass keine Angabe zur Helligkeit vorhanden ist.

Für eine Trajektorienberechnung sind pro Beobachtungsort mindestens 2 Punkte in Äquator- oder Horizontkoordinaten erforderlich. Äquator-Koordinaten werden in der Berechnung bezüglich der Epoche J2000.0 verarbeitet.

Falls viele Punkte, z.B. in Form von xml-Dateien verfügbar sind, wird aus diesen zuerst eine mittlere Spurebene für den entsprechenden Beobachtungsort berechnet und daraus die Anfangs- und Endpunkte für die Trajektorienberechnung ermittelt.

2 Spurpunkte aus xml-Datei

Gemittelte Anfangs- und Endpunkte einer Spur aus Punkten einer xml-Datei:



Erklärungen zu Plot S. 2

Ergebnis-Tabelle für alle durchgeführten Berechnungen

Ergebnistabelle für alle durchgeführten Berechnungen:

Durchgeführte Berechnungen (alle möglichen Kombinationen mit jeweils 2 Beobachtungsstandorten):

Legende:

- 1 Beobachtungsort 1 Nr.:
- 2 Beobachtungsort 2 Nr.:
- 3 Bodenhöhe für Schnittpkt mit
Spurverlängerung [km]:
- 4 Geog. Breite Spuranfang Ort 1 [°]:
- 5 Geog. Länge Spuranfang Ort 1 [°]:
- 6 Höhe ü. M. Spuranfang Ort 1 [km]:
- 7 Geog. Breite Spurende Ort 1 [°]:
- 8 Geog. Länge Spurende Ort 1 [°]:
- 9 Höhe ü. M. Spurende Ort 1 [km]:
- 10 Geog. Breite Spuranfang Ort 2 [°]:
- 11 Geog. Länge Spuranfang Ort 2 [°]:

	1	2	3	4	5	6
1	1	1	1	1	1	
2	2	3	4	5	6	
3	0	0	0	0	0	
4	46.0469	46.0873	46.0693	46.0837	46.0954	46.323
5	7.0559	7.0692	7.0633	7.068	7.0719	7.183
6	84.9869	82.3005	83.498	82.5427	81.7673	71.766
7	46.7765	46.7907	46.7835	46.7797	46.7726	46.719
8	7.4028	7.4051	7.404	7.4034	7.4022	7.373

Zur Erinnerung:

Zwei Beobachtungsorte, definieren die Lage einer Trajektorie eindeutig. Stehen mehr als 2 Orte zur Verfügung, so gibt es für jede Kombination zweier Orte eine entsprechende, eindeutige Trajektorie! All diese Ergebnisse werden in der Tabelle dargestellt.

Erklärungen zu Plot S. 2

Ergebnis-Tabelle für alle durchgeführten Berechnungen

Erklärung der Ortszuordnungen mit den Kombinationen:

Ortsnummerierung innerhalb der Kombinations-Spalten

Nr. Stat.-Id. Stationsname

ORT_KOORD1 =	1	"VTE"	"Observatoire géophysique, Val Terbi"
	2	"SCH"	"Stemwarte Schafmatt"
	3	"WOH"	"Beobachtungsstation Wohlen b. Bern"
	4	"BUE"	"Stemwarte Bülach"
	5	"GOR"	"Beobachtungsstation Gomergrat"
	6	"BOS"	"Privatstemwarte Bos-cha"

Ergebnistabelle für alle durchgeführten Berechnungen:

Kombination 4 VTE mit GOR

Durchgeführte Berechnungen (alle möglichen Kombinationen mit jeweils 2 Beobachtungsstandorten):

Legende:

- 1 Beobachtungsort 1 Nr.:
- 2 Beobachtungsort 2 Nr.:
- 3 Bodenhöhe für Schnittpkt. mit Spurverlängerung [km]:
- 4 Geog. Breite Spuranfang Ort 1 [°]:
- 5 Geog. Länge Spuranfang Ort 1 [°]:
- 6 Höhe ü. M. Spuranfang Ort 1 [km]:
- 7 Geog. Breite Spurende Ort 1 [°]:
- 8 Geog. Länge Spurende Ort 1 [°]:
- 9 Höhe ü. M. Spurende Ort 1 [km]:
- 10 Geog. Breite Spuranfang Ort 2 [°]:
- 11 Geog. Länge Spuranfang Ort 2 [°]:
- 12 Höhe ü. M. Spuranfang Ort 2 [km]:
- 13 Geog. Breite Spurende Ort 2 [°]:

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	1	1	1	1	2	2	2
2	2	3	4	5	6	3	4	5
3	0	0	0	0	0	0	0	0
4	46.0469	46.0873	46.0693	46.0837	46.0954	46.3234	46.363	46.087
5	7.0559	7.0692	7.0633	7.068	7.0719	7.1838	7.211	7.023
6	84.9869	82.3005	83.498	82.5427	81.7673	71.7661	69.1274	87.5978
7	46.7765	46.7907	46.7835	46.7797	46.7726	46.7197	46.7409	46.6763
8	7.4028	7.4051	7.404	7.4034	7.4022	7.3734	7.3906	7.3382
9	50.0023	48.7859	49.4029	49.7308	50.3393	52.8547	51.2548	56.1416
10	46.3348	46.0389	46.1092	46.0838	46.0378	46.0169	46.1267	46.0897
11	7.1916	7.0464	7.0821	7.0681	7.0442	7.0392	7.0999	7.0245

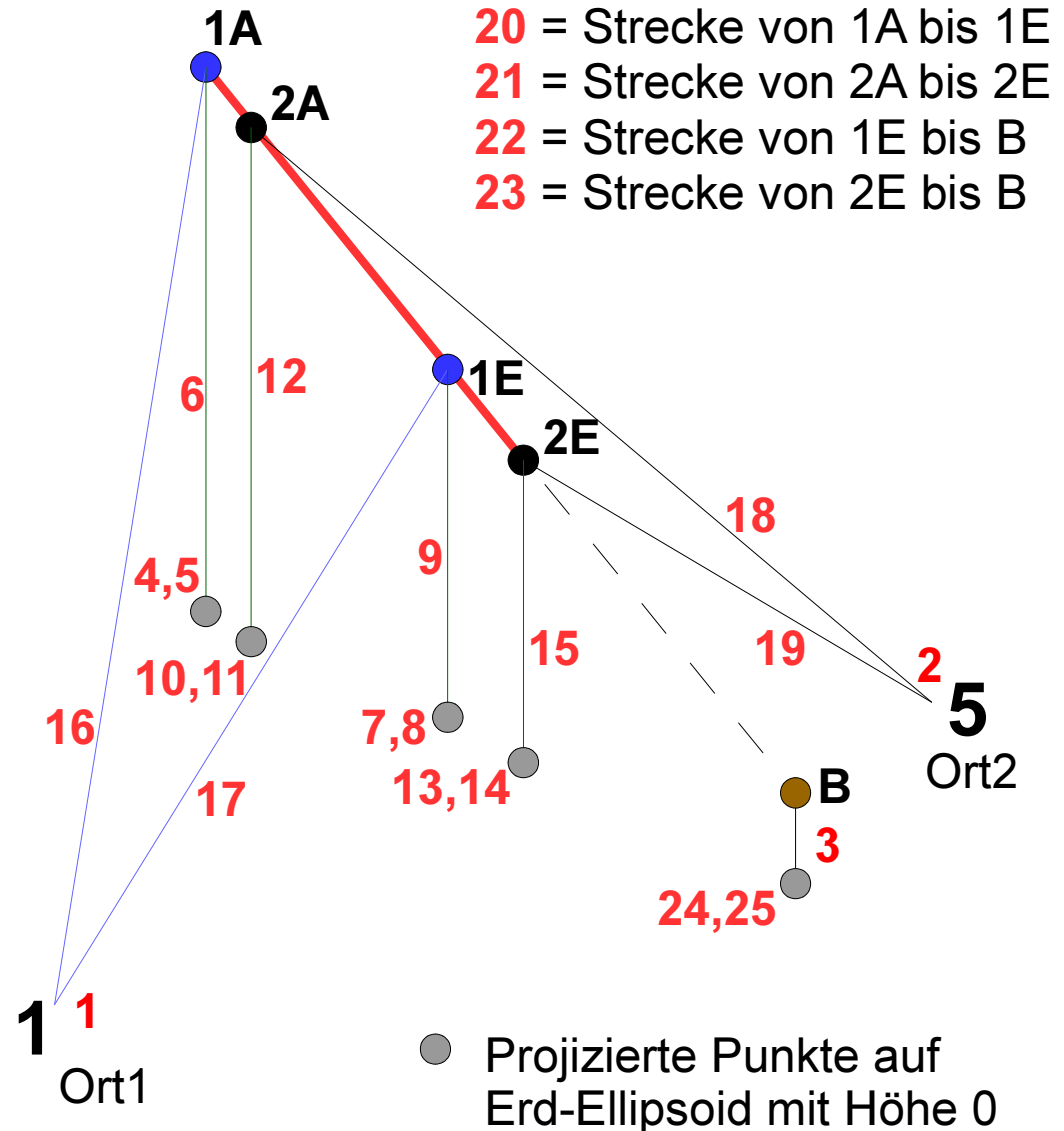
Erklärungen zu Plot S. 2

Legende:

Legende:

- 1 Beobachtungsort 1 Nr.:
- 2 Beobachtungsort 2 Nr.:
- 3 Bodenhöhe für Schnittpkt. mit
Spurverlängerung [km]:
- 4 Geog. Breite Spuranfang Ort 1 [°]:
- 5 Geog. Länge Spuranfang Ort 1 [°]:
- 6 Höhe ü. M. Spuranfang Ort 1 [km]:
- 7 Geog. Breite Spurende Ort 1 [°]:
- 8 Geog. Länge Spurende Ort 1 [°]:
- 9 Höhe ü. M. Spurende Ort 1 [km]:
- 10 Geog. Breite Spuranfang Ort 2 [°]:
- 11 Geog. Länge Spuranfang Ort 2 [°]:
- 12 Höhe ü. M. Spuranfang Ort 2 [km]:
- 13 Geog. Breite Spurende Ort 2 [°]:
- 14 Geog. Länge Spurende Ort 2 [°]:
- 15 Höhe ü. M. Spurende Ort 2 [km]:
- 16 Distanz Ort 1 zu Spuranfang [km]:
- 17 Distanz Ort 1 zu Spurende [km]:
- 18 Distanz Ort 2 zu Spuranfang [km]:
- 19 Distanz Ort 2 zu Spurende [km]:
- 20 Spurlänge Ort 1 [km]:
- 21 Spurlänge Ort 2 [km]:
- 22 Ort 1 Spur-Endpkt.-Boden [km]:
- 23 Ort 2 Spur-Endpkt.-Boden [km]:
- 24 Geog. Breite Bodenpunkt [°]:
- 25 Geog. Länge Bodenpunkt [°]:

	4
1	1
2	5
3	0
4	46.0837
5	7.068
6	82.5427
7	46.7797
8	7.4034
9	49.7308
10	46.0838
11	7.0681
12	82.5379
13	46.6745
14	7.3521
15	54.6029
16	167.9095
17	81.592
18	97.6899
19	98.584
20	88.6859
21	75.322
22	140.2978
23	153.6491
24	47.8927
25	7.9591



Erklärungen zu Plot S. 2

- 26 Winkel zw. Zenit und Spurverlängerung im Bodenpunkt [°]:
- 27 Richtungswinkel Ort 1 zu Spuranfang [°]:
- 28 Richtungswinkel Ort 1 zu Spurende [°]:
- 29 Richtungswinkel Ort 2 zu Spuranfang [°]:
- 30 Richtungswinkel Ort 2 zu Spurende [°]:
- 31 Neigungswinkel Ort 1 Spuranfang [°]:
- 32 Neigungswinkel Ort 1 Spurende [°]:
- 33 Neigungswinkel Ort 2 Spuranfang [°]:
- 34 Neigungswinkel Ort 2 Spurende [°]:
- 35 Winkel zw. Beobachtungsebenen [°]:
- 36 Mittlere Relativ-Geschwindigkeit zur Erde in der Spur von Ort 1 [km/s]
- 37 Mittlere Relativ-Geschwindigkeit zur Erde in der Spur von Ort 2 [km/s]

26	69.8279
27	198.3031
28	198.5458
29	198.3031
30	198.5085
31	22.0805
32	21.3471
33	22.0804
34	21.458
35	68.9577
36	20.6246
37	"k. A."

Detailliertere Erläuterungen:

26: Wenn ein Beobachter im Bodenpunkt (Schnittpunkt der Trajektorienverlängerung mit dem Boden) stehen würde, so sähe er die ganze Trajektorie lediglich als Punkt. Der Winkel 26 ist der Winkel zwischen diesem Punkt und der Zenith-Richtung.

27,28,29,30:

Dies sind die Richtungswinkel der Trajektorie in den Trajektorienpunkten 1A, 1E, 2A und 2E bezüglich des Koordinatennetzes des Erd-Ellipsoides (der entsprechende Trajektorienpunkt wird dabei jeweils, mitsamt der Trajektorie, in die dem Punkt zuzuordnende Tangentialebene an das Erd-Ellipsoid, projiziert). (Zählweise S (=0°) über W (=90°) nach N (=180°) und E (=270°)

31,32,33,34:

Dies sind die Neigungswinkel der Trajektorie in den Trajektorienpunkten 1A, 1E, 2A und 2E bezüglich der entsprechenden Tangentialebenen an das Ellipsoid. Zählweise: Horizontal = 0°, vertikal nach unten = 90°.

35: Winkel zwischen den jeweiligen Beobachtungsebenen. Diese sollten idealerweise nahe bei 90° liegen. Sind sie nahe bei 0° oder 180° wirken sich Mess-Ungenauigkeiten viel stärker aus.

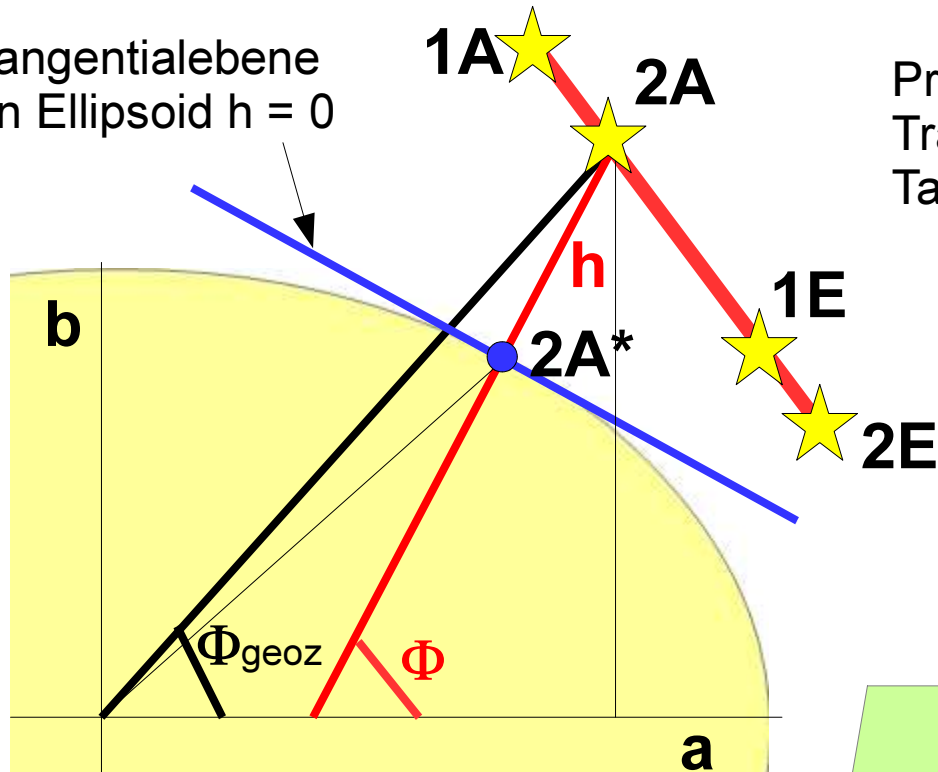
36,37: Dies sind die mittleren, relativen Geschwindigkeiten des Meteors, welche aus der jeweiligen Leuchtdauer und des Weges aus den Beobachtungen der Orte 1 und 2 berechnet werden.

Richtungs- und Neigungswinkel

Definition von Richtungs- und Neigungswinkel eines Trajektorien-Punktes

Meridianschnitt durch Erd-Ellipsoid:

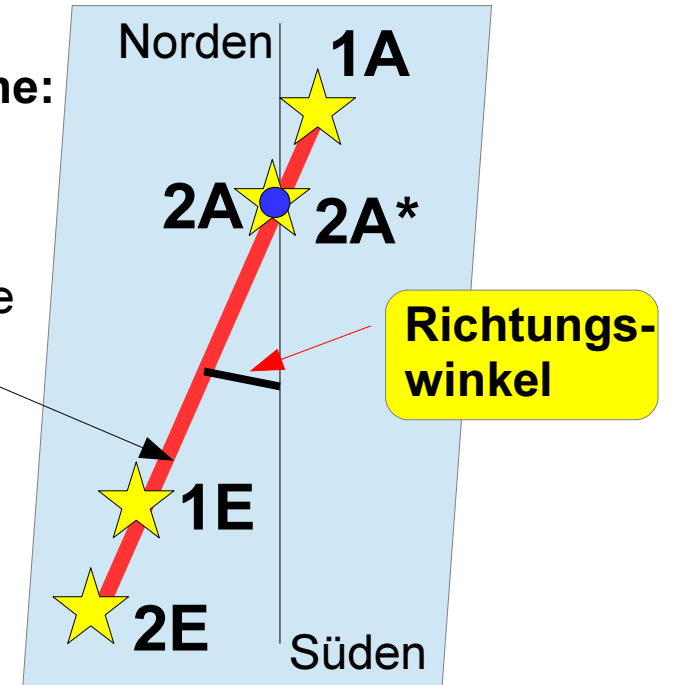
Tangentialebene
an Ellipsoid $h = 0$



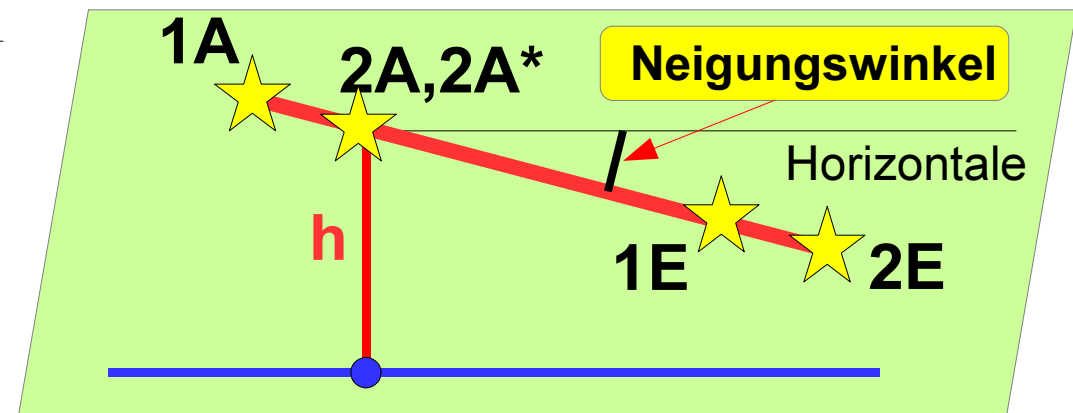
Jeder Punkt auf der Trajektorie
definiert seine eigene
Tangentialebene, und somit auch
die punktspezifischen Richtungs-
und Neigungswinkel!

Draufsicht auf Tangentialebene:

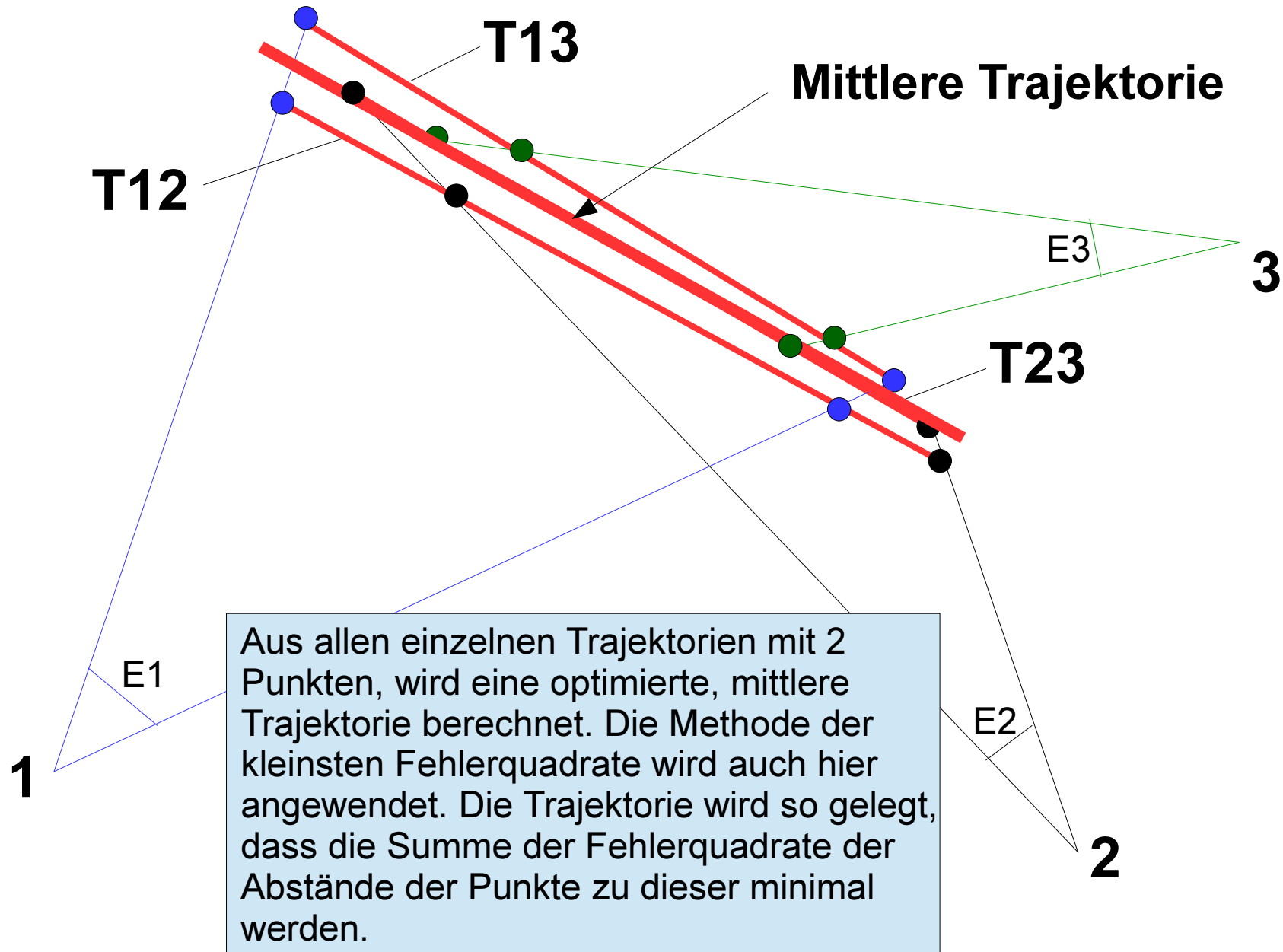
Projektion der
Trajektorie auf
Tangentialebene



Ebene durch Trajektorie und h :



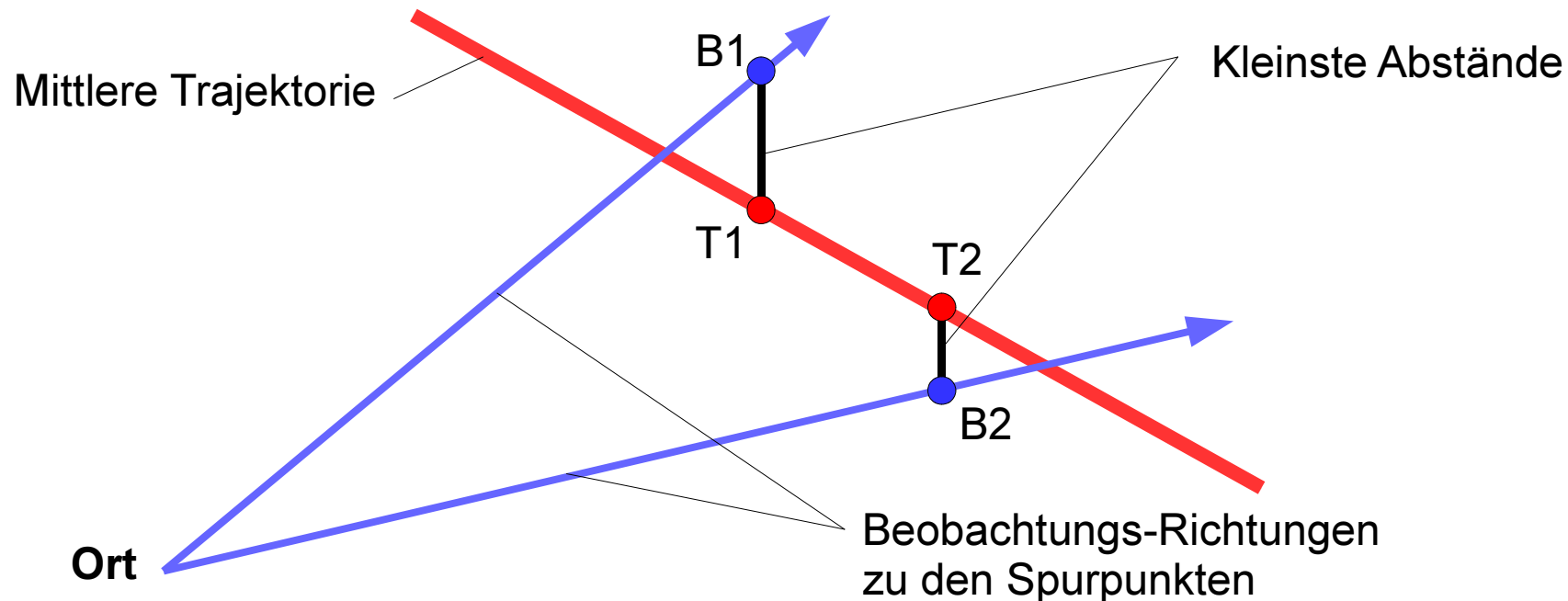
Mittlere Trajektorie



Mittlere Trajektorie

Sobald die mittlere Trajektorie berechnet ist, können sämtliche beobachteten Spurpunkte (Richtungen) bezüglich dieser verglichen werden. Mathematisch werden, mittels Vektorrechnung, der kleinste Abstand der Beobachtungsrichtungen zu dieser mittleren Trajektorie (ist rechtwinklig auf beiden Linien!), und die entsprechenden Punkte auf Beobachtungslinie und Trajektorie berechnet. Dies ist eine sehr wertvolle Kontrolle wie gut die Übereinstimmung der Beobachtungen, und somit die Güte der Trajektorie ist.

Die auf diese Weise erhaltenen, auf die mittlere Trajektorie reduzierten Punkte, werden für die weiterführenden Berechnungen verwendet.



Erklärungen zu Plot S. 5

Ergebnis für die mittlere Trajektorie und die auf sie reduzierten Beobachtungspunkte

Gewichtung und Berücksichtigung der Beobachtungsorte:

Unter "Gew" sind die Trajektorienkombinationen, welche für die Berechnung der mittleren Trajektorie verwendet wurden, ersichtlich.

Definition der Beobachtungen, welche für die Berechnung der mittleren Trajektorie berücksichtigt werden:

(0 = wird nicht berücksichtigt

1 = wird berücksichtigt).

Für die Gewichtung werden die Ebenen-Schnittwinkel mit ausgewertet.

Vorhandene Indexpaarungen:

(Zahl vor Schrägstrich = Orte 1

Zahl nach Schrägstrich = Orte 2)

Auswahl für die

Berechnung der

mittleren Trajektorie:

	Nr.	Stat.-Id.	Stationsname
ORT_KOORD1 =	1	"VTE"	"Observatoire géophysique, Val Terbi"
	2	"SCH"	"Sternwarte Schafmatt"
	3	"WOH"	"Beobachtungsstation Wohlen b. Bern"
	4	"BUE"	"Sternwarte Bülach"
	5	"GOR"	"Beobachtungsstation Gomergrat"
	6	"BOS"	"Privatsternwarte Bos-cha"

	1
1	"1 / 2"
2	"1 / 3"
3	"1 / 4"
4	"1 / 5"
5	"1 / 6"
6	"2 / 3"
7	"2 / 4"
8	"2 / 5"
9	"2 / 6"
10	"3 / 4"
11	"3 / 5"
12	"3 / 6"
13	"4 / 5"
14	"4 / 6"
15	"5 / 6"

IndPaar =

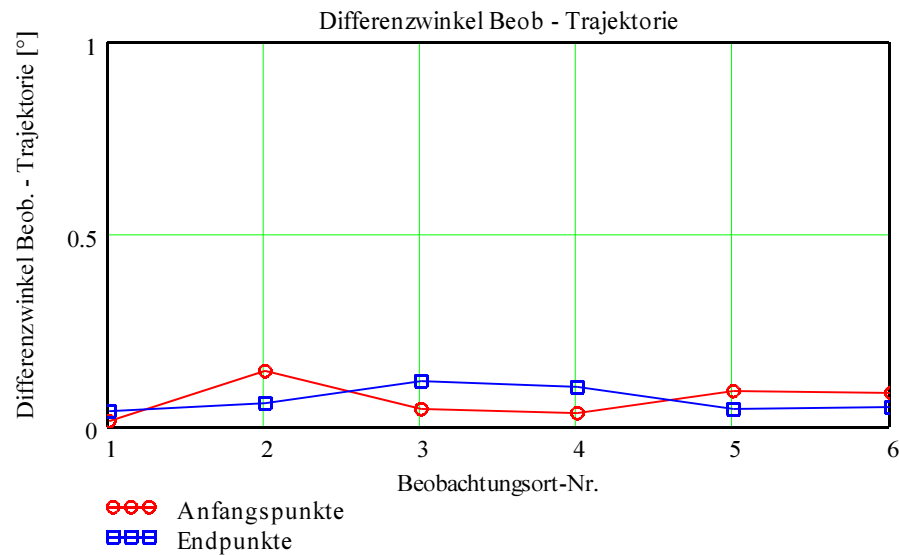
	1
1	1
2	1
3	1
4	1
5	1
6	1
7	1
8	0
9	1
10	1
11	1
12	1
13	1
14	0
15	1

Gew =

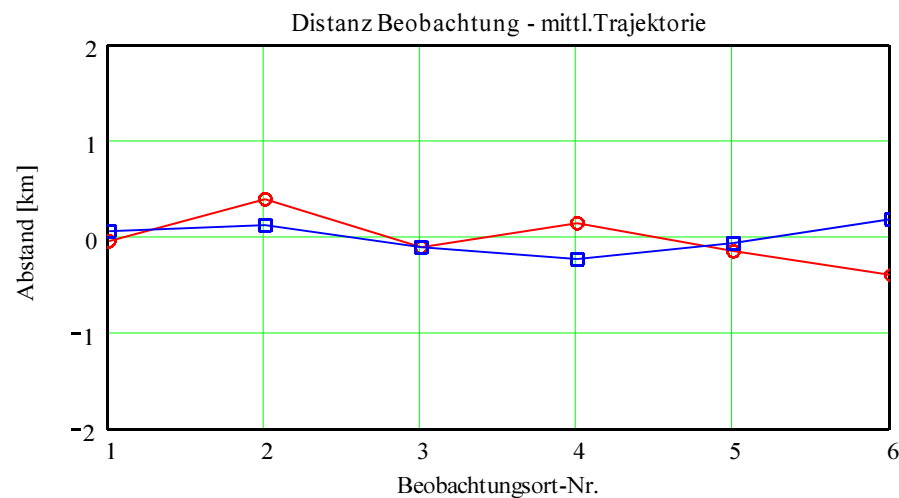
Für die Gewichtung der Beobachtungen werden u.a. auch automatisch die Ebenen-Winkel und die Trajektorienlänge berücksichtigt. Es können jedoch zusätzlich auch manuelle Eingriffe (z.B. Deaktivierung eines Ortes) vorgenommen werden.

Erklärungen zu Plot S. 5

Grafiken für die Abweichungen der vermessenen Richtungen der Anfangs- und Endpunkte von der mittleren Trajektorie.



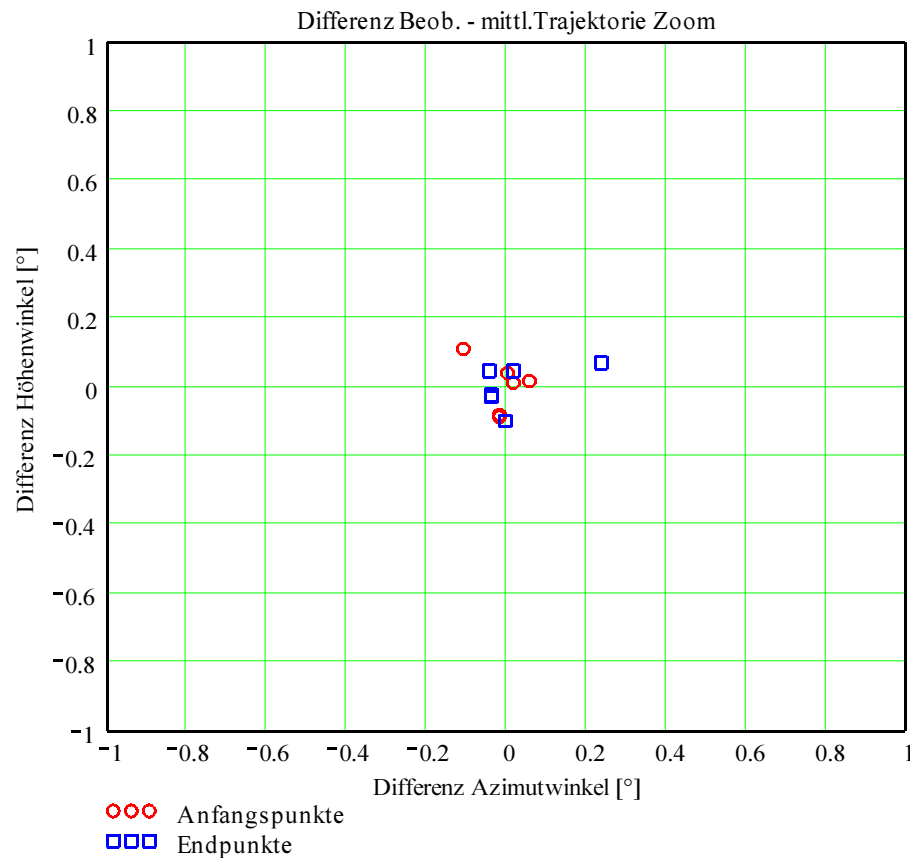
Differenzwinkel zwischen Beobachtungs-Richtungen und mittlerer Trajektorie für alle Orte.



Kleinste Distanz zwischen Beobachtungs-Richtungen und mittlerer Trajektorie für alle Orte.

Erklärungen zu Plot S. 5

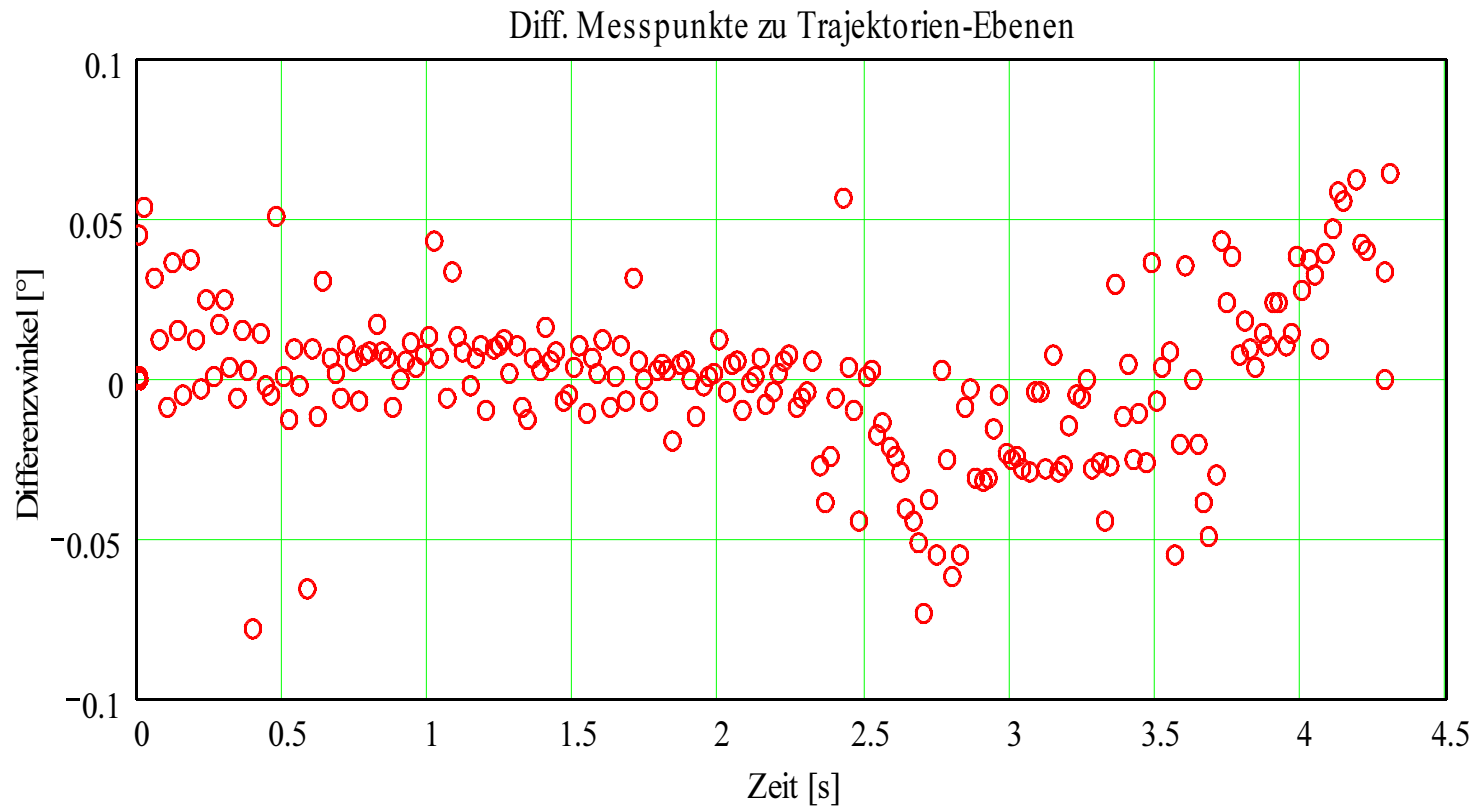
Grafiken für die Abweichungen der vermessenen Richtungen der Anfangs- und Endpunkte von der berechneten mittleren Trajektorie.



Differenzwinkel in Azimut und Höhe zwischen Beobachtungs-Richtungen und mittlerer Trajektorie für alle Orte.

Erklärungen zu Plot S. 5

Grafik für die Abweichung der vermessenen Richtungen aller xml-Datei-Punkte von der mittleren Trajektorie.



Erklärungen zu Plot S. 6

Ergebnisse für die mittlere Trajektorie und die auf sie reduzierten Beobachtungspunkte.

Mittlere Trajektorie:

Legende:

- 1 Beobachtungsort:
- 2 Geografische Breite Spuranfang [°]:
- 3 Geografische Länge Spuranfang [°]:
- 4 Höhe ü. M. Spuranfang [km]:
- 5 Richtungswinkel zum Spuranfang [°]:
- 6 Neigungswinkel zum Spuranfang [°]:
- 7 Geografische Breite Spurende [°]:
- 8 Geografische Länge Spurende [°]:
- 9 Höhe ü. M. Spurende [km]:
- 10 Richtungswinkel zum Spurende [°]:
- 11 Neigungswinkel zum Spurende [°]:

$mTr_1 =$

	1	2	3	4	5	6
1	"VTE"	"SCH"	"WOH"	"BUE"	"GOR"	"BOS"
2	46.076187	46.339823	46.034245	46.108542	46.083766	46.039833
3	7.066009	7.191334	7.046188	7.081321	7.069595	7.048827
4	83.009053	70.420839	85.029543	81.453724	82.644421	84.760048
5	198.218998	198.309358	198.204743	198.230017	198.221577	198.206641
6	22.091534	21.813998	22.135674	22.057481	22.083557	22.129793
7	46.777979	46.725372	46.777476	46.734765	46.675071	46.760087
8	7.402466	7.376926	7.402222	7.381482	7.352554	7.393774
9	49.924788	52.357755	49.947972	51.922799	54.69117	50.751414
10	198.462487	198.443904	198.462309	198.447218	198.426187	198.456161
11	21.352419	21.407859	21.352948	21.397961	21.460864	21.371275

Erklärungen zu Plot S. 6

Ergebnisse für die mittlere Trajektorie und die auf sie reduzierten Beobachtungspunkte.

Punkte auf mittlerer Trajektorie:

Legende:

- 1 Beobachtungsort:
- 2 Azimutwinkel Spuranfang [°]:
- 3 Höhenwinkel Spuranfang [°]:
- 4 Distanz Beobachtungsort - Spuranfang [km]:
- 5 Differenz Beobachtungsort - Spuranfang in Azimut [°]:
- 6 Differenz Beobachtungsort - Spuranfang in Höhe [°]:
- 7 Differenzwinkel Beobachtungsort - Spuranfang [°]:
- 8 Kleinster Abstand Beob. Spuranfang [km]:
- 9 Azimutwinkel Spurende [°]:
- 10 Höhenwinkel Spurende [°]:
- 11 Distanz Beobachtungsort - Spurende [km]:
- 12 Differenz Beobachtungsort - Spurende in Azimut [°]:
- 13 Differenz Beobachtungsort - Spurende in Höhe [°]:
- 14 Differenzwinkel Beobachtungsort - Spurende [°]:
- 15 Kleinster Abstand Beob. Spurende [km]:

bTr₁ =

	1	2	3	4	5	6
1	"VTE"	"SCH"	"WOH"	"BUE"	"GOR"	"BOS"
2	13.21295	26.011506	13.007352	36.471082	101.661452	72.271642
3	28.556642	26.834073	37.627121	21.664545	54.232836	16.890656
4	168.885708	151.062429	136.869067	211.082109	97.708297	268.44251
5	0.01384	-0.111506	0.052648	-0.001082	-0.021452	-0.019955
6	0.0078	0.105927	0.012879	0.035455	-0.092836	-0.082408
7	0.014443	0.145297	0.043637	0.035469	0.093681	0.084592
8	-0.042572	0.38308	-0.104241	0.13067	-0.159756	-0.396333
9	6.486059	29.644153	350.983059	46.394498	156.808639	90.492373
10	36.780678	29.655542	65.872222	21.610564	31.140439	12.03102
11	81.866631	102.904566	54.076226	136.112935	98.666776	218.477253
12	-0.040601	-0.044153	0.236941	-0.004498	-0.038639	0.014926
13	-0.024114	0.044458	0.067778	-0.100564	-0.030439	0.046163
14	0.040488	0.05872	0.11811	0.100651	0.044951	0.048416
15	0.057851	0.105463	-0.111473	-0.239108	-0.077408	0.184618

Erklärungen zu Plot S. 6

Ergebnisse aus den auf die mittlere Trajektorie projizierten Messpunkten der gewählten xml-Datei.

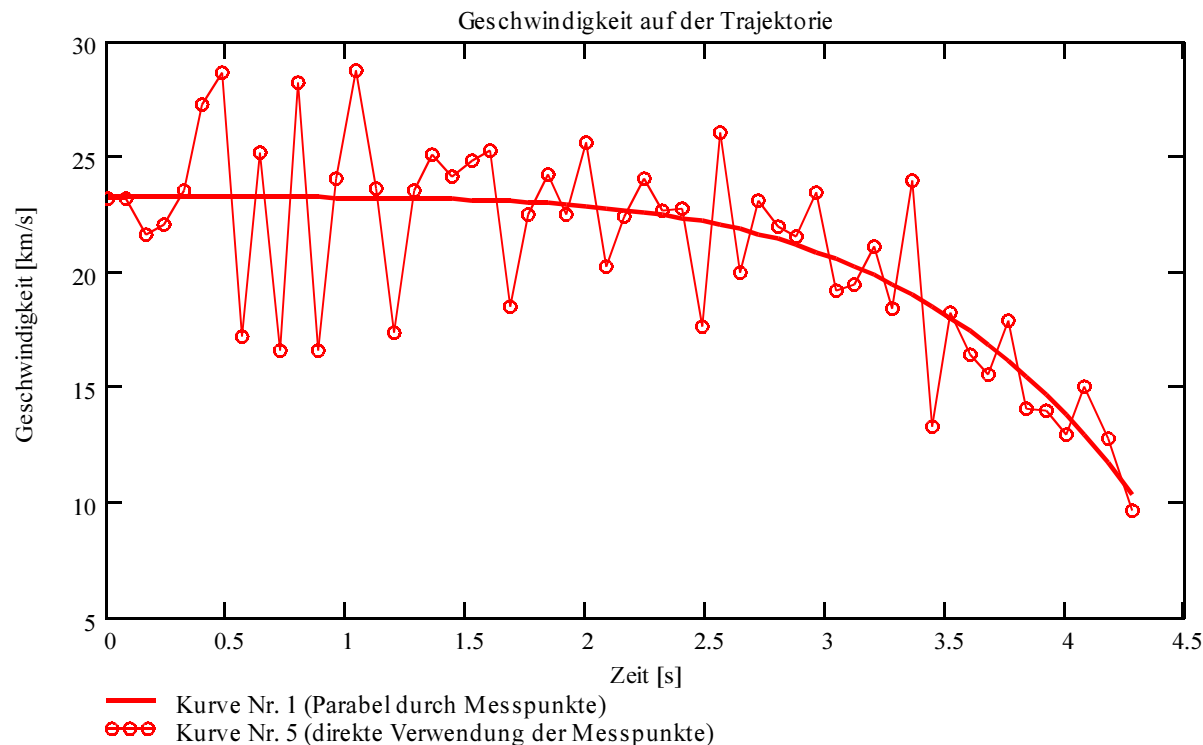
Geschwindigkeitsverlauf:

Ausgewerteter Beobachtungsort (xml-Datei): Stat_Id = "VTE"

Minimale Zeitdifferenz zwischen den verwendeten Messpunkten:

$\Delta T_{MP} = 0.08$

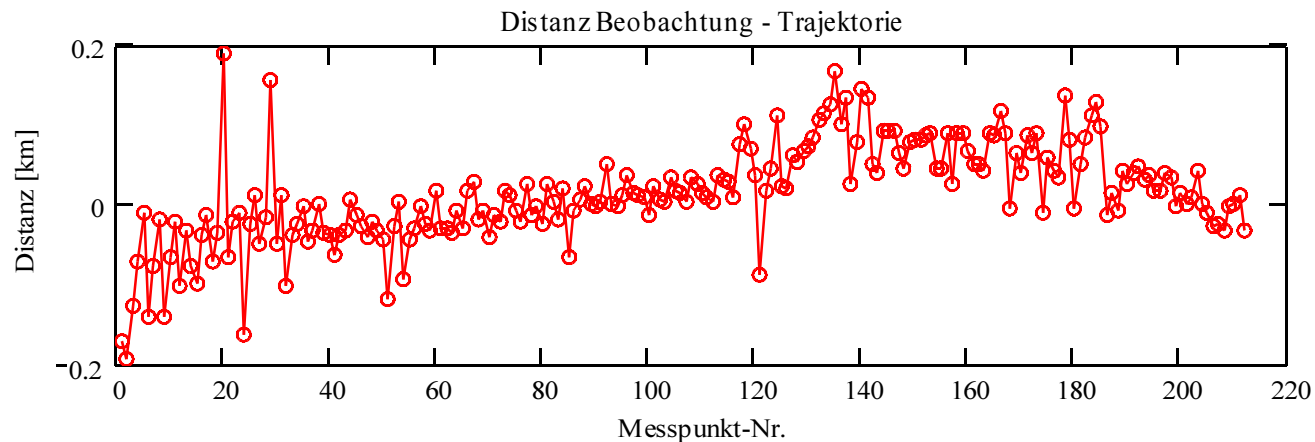
[s] Dieser Wert wird für jedes Meteorereignis auf eine geringe Welligkeit des Geschwindigkeitsverlaufes optimiert.



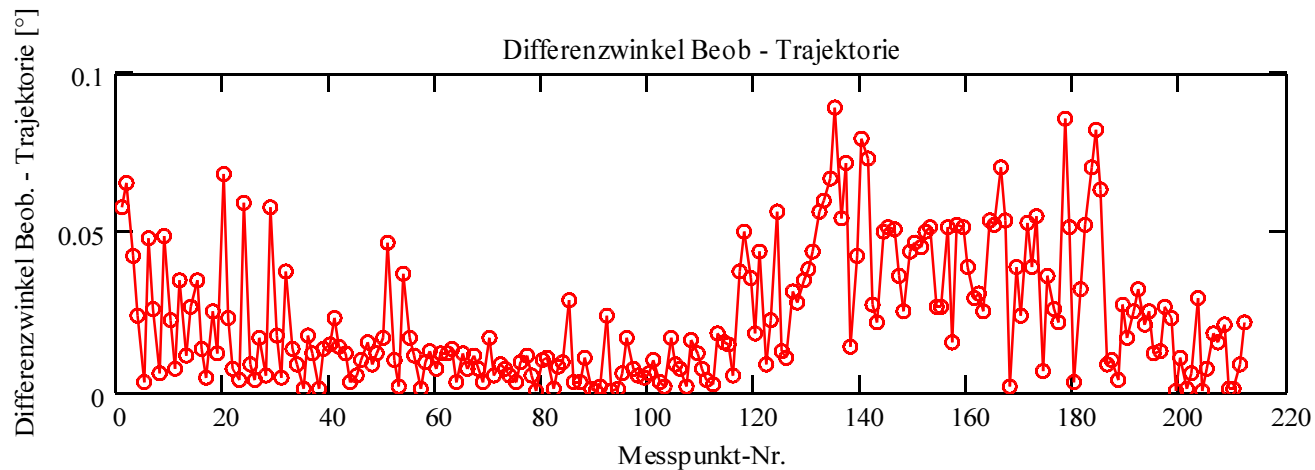
Für einen ersten Geschwindigkeits-Verlauf, ohne weitere Auswertung der Ablationsphase, genügt es, eine optimierte Parabelkurve durch die Punkte zu legen. So erhält man die beobachtete Anfangsgeschwindigkeit, sowie eine genäherte End-Geschwindigkeit des Meteors.

Erklärungen zu Plot S. 6

Abweichungen der Koordinaten-Mess-Punkte der xml-Datei zur mittleren Trajektorie.



Distanz in km, um welche die Richtungen der xml-Koordinatenpunkte die mittlere Trajektorie verfehlen (=kleinster Abstand).



Differenzwinkel, um welche die Richtungen der xml-Koordinatenpunkte die mittlere Trajektorie verfehlen (=kleinster Abstand).

Erklärungen zu Plot S. 6

Ergebnisse aus den auf die mittlere Trajektorie projizierten Messpunkten der gewählten xml-Datei.

Geografische Koordinaten des 1. und letzten auf die mittlere Trajektorie projizierten xml-Punktes für die ausgewählte xml-Datei (in diesem Beispiel VTE).

Trajektorie für Beobachtungsort:

Stat_Id = "VTE"

Anfangspunkt:

Endpunkt:

$$\Phi_{\text{Beob_SP}_1} = 46.076557 \text{ deg}$$

$$\Phi_{\text{Beob_SP}_{\text{N_Pkt}}} = 46.778056 \text{ deg}$$

$$\lambda_{\text{Beob_SP}_1} = 7.066184 \text{ deg}$$

$$\lambda_{\text{Beob_SP}_{\text{N_Pkt}}} = 7.402504 \text{ deg}$$

$$H_{\text{Beob_SP}_1} = 82.991 \quad [\text{km}]$$

$$H_{\text{Beob_SP}_{\text{N_Pkt}}} = 49.921 \quad [\text{km}]$$

$$\text{NeigWinkel}_{\text{Beob}_1} = 22.091145 \text{ deg}$$

$$\text{NeigWinkel}_{\text{Beob}_{\text{N_Pkt}}} = 21.352337 \text{ deg}$$

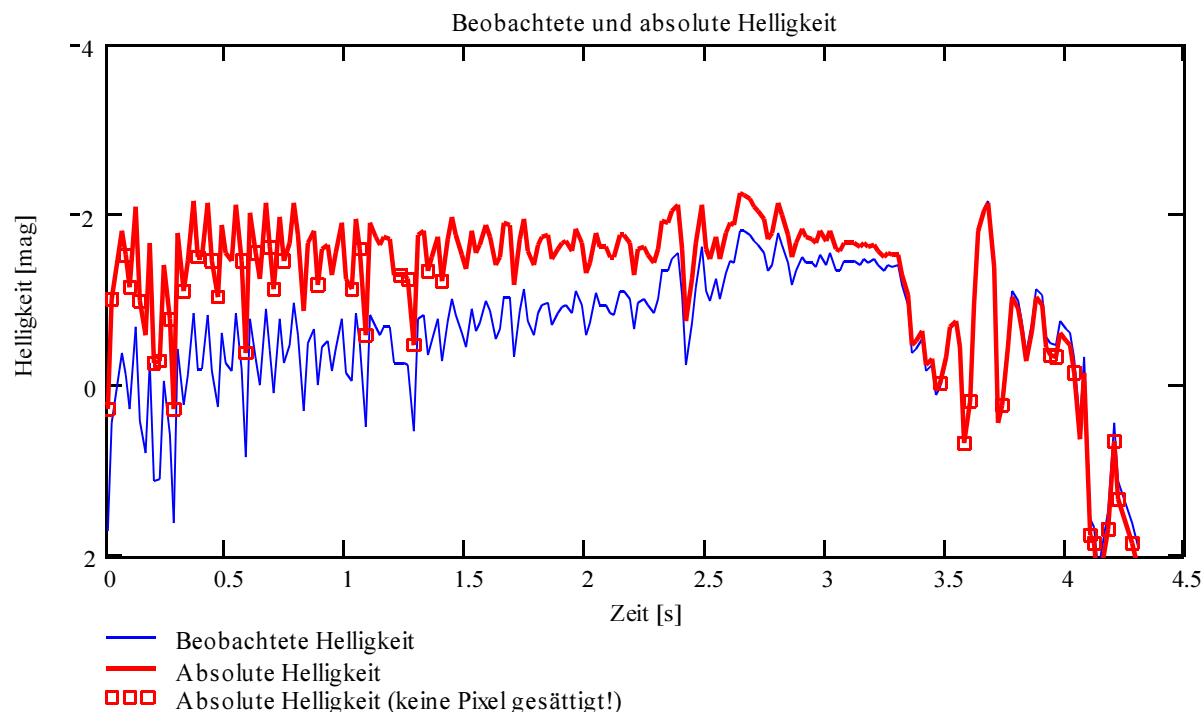
$$\text{Richtungswinkel}_{\text{Beob}_1} = 198.219124 \text{ deg}$$

$$\text{Richtungswinkel}_{\text{Beob}_{\text{N_Pkt}}} = 198.462515 \text{ deg}$$

Erklärungen zu Plot S. 6

Ergebnisse aus den auf die mittlere Trajektorie projizierten Messpunkten der gewählten xml-Datei.

Helligkeitsverlauf:



Beobachteter Helligkeitsverlauf aus der xml-Datei, mit Umrechnung auf die absolute Helligkeit.

Die absolute Helligkeit eines Meteors ist die scheinbare Helligkeit aus einer Standardentfernung von 100 km betrachtet, wenn dieses Ereignis dabei zusätzlich im Zenith des Beobachters ablaufen würde.

Hinweis: Im Diagramm sind die nicht gesättigten Pixel mit einem Quadrat markiert.

Erklärungen zu Plot S. 6

Abschätzung der Meteormasse (basierend auf der Formel von Luigi Jacchia (Smithsonian Astrophysical Laboratory)):

Anfangsmasse: $m_{\text{Meteor}} = 0.02$ [kg]

Meteor Factors

In the middle of the twentieth century, studies were carried out on the meteoroid factors relating to the brightness of meteors:

A commonly used relationship between the maximum brightness m_v , the meteoroid's initial speed V , its initial mass m and the zenith angle z was derived by Luigi Jacchia (Smithsonian Astrophysical Laboratory) and co-workers, who in the early 1950s conducted an extensive photographic study of meteor trails (Beech, 2006: 19).

Jacchia's formula for maximum visual magnitude m_v is:

$$m_v = 4.84 - 2.25 \log_{10} m - 8.75 \log_{10} V - 1.5 \log_{10} (\cos z) \quad (1)$$

The meteoroid mass m is in kg, initial geocentric velocity V is in km/s and zenith angle z is in degrees. Assume a 0.0001 kg (0.1 g) meteoroid has a velocity of 60 km/s with a zenith angle of 45° . The calculated maximum visual magnitude would be -1.5. If the meteoroid speed was 20 km/s, the maximum visual magnitude would be +2.7, a decrease in brightness of 4.2 magnitudes, or a 47x reduction in luminosity for a three-time reduction in velocity.

Mit Hilfe dieser Formel kann eine genäherte Anfangsmasse für den Meteor berechnet werden.

Erklärungen zu Plot S. 3

Berechnung der Bahnelemente des Meteors

Scheinbarer Radiant:

Die Trajektorienrichtung, definiert zugleich den scheinbaren Radianten des Meteors (Scheinbarer Radiant = Herkunftsrichtung!).

Beobachtete Geschwindigkeit:

Aus der Geschwindigkeitskurve bestimmt man den Betrag der beobachteten Anfangsgeschwindigkeit (voratmosphärische Geschwindigkeit). Dies ist die Geschwindigkeit relativ zu der sich rotierend um die Sonne bewegendende Erde. Die Richtung des Vektors ist die Trajektorienrichtung.

Geozentrische Geschwindigkeit:

Dies ist die Geschwindigkeit, vor der Ablenkung und Beschleunigung infolge der Erdgravitation (entspricht der Zenithattraktion), zusätzlich korrigiert für die Erdrotation. Dieser Geschwindigkeitsbetrag ist kleiner als die beobachtete Geschwindigkeit.

Geozentrischer Radiant:

Dieser entspricht der Herkunftsrichtung des geozentrischen Geschwindigkeits-Vektors.

Heliozentrische Geschwindigkeit:

Dies ist die geozentrische Geschwindigkeit addiert mit der Erdgeschwindigkeit.

Heliozentrischer Radiant:

Dieser entspricht der Herkunftsrichtung des heliozentrischen Geschwindigkeits-Vektors.

Erklärungen zu Plot S. 3

Berechnung der Bahnelemente des Meteors

Geschwindigkeit des Meteoroiden:

Beobachtet:	$ v_{M_Beob} = 23.242$	[km/s]	Beobachtete Geschwindigkeit.
Geozentrisch:	$ v_u = 20.513$	[km/s]	Wahre geozentrische Geschwindigkeit vor der Ablenkung und Beschleunigung durch die Erdgravitation (= beobachtete Geschwindigkeit, korrigiert für Erdrotation und Erdgravitation).
Heliozentrisch:	$ v_{M_hel_ekl_Dat} = 37.509$	[km/s]	Heliozentrische Geschwindigkeit.

Radiantposition:

Scheinbar:	$\alpha_{Rad_s} = 331.442 \text{ deg}$	$\delta_{Rad_s} = -19.543 \text{ deg}$	Äquatorkoordinaten J2000.0
Geozentrisch:	$\alpha_{Rad_w2} = 329.307 \text{ deg}$	$\delta_{Rad_w2} = -23.94 \text{ deg}$	Äquatorkoordinaten J2000.0
Heliozentrisch:	$\lambda_{Rad_heli} = 271.056 \text{ deg}$	$\beta_{Rad_heli} = -6.229 \text{ deg}$	

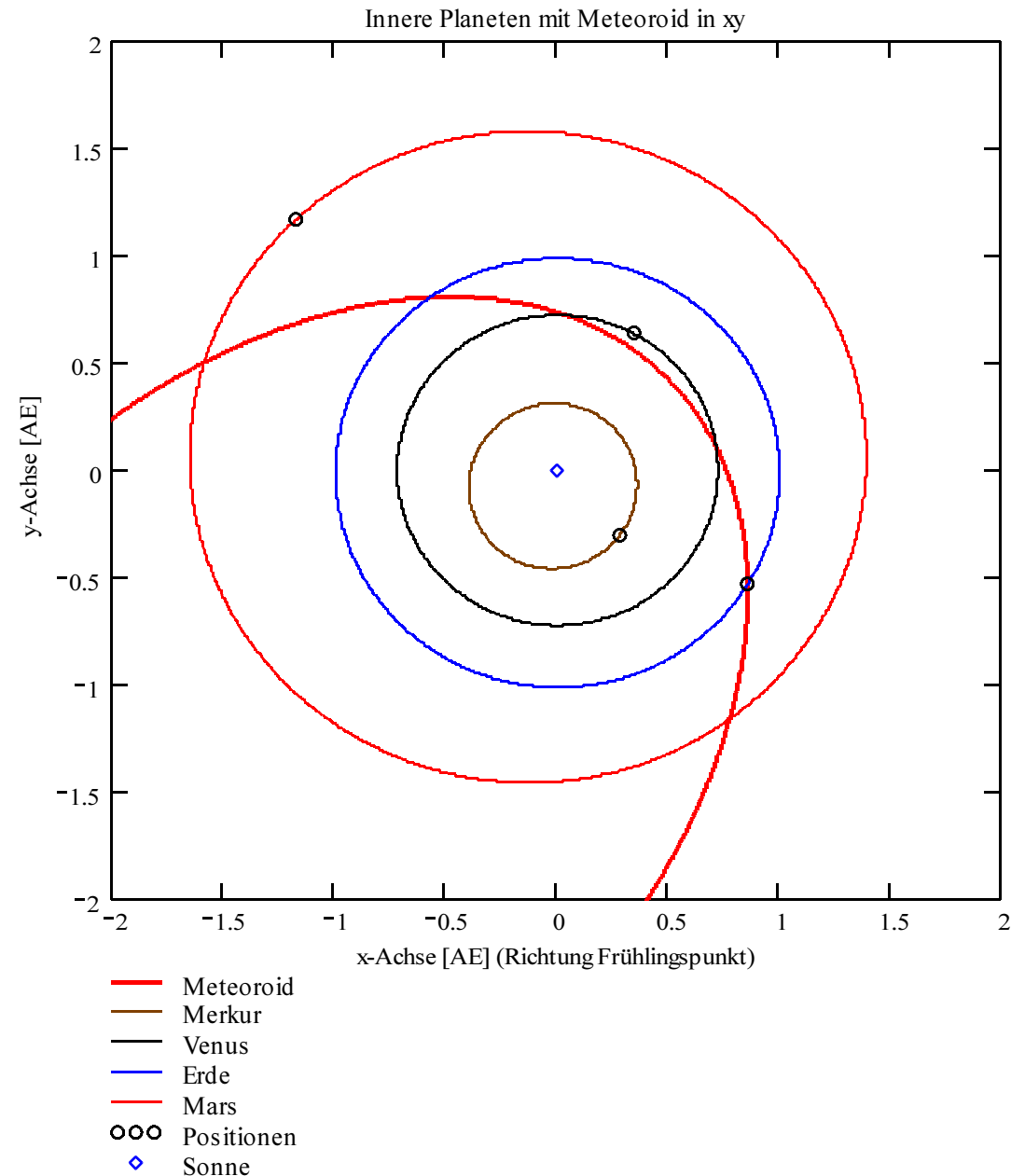
Der heliozentrische Geschwindigkeits-Vektor, zusammen mit der heliozentrischen Position des Meteors (aus Erdposition und Meteorkoordinaten berechnet), definieren die Bahn um die Sonne (Kepler-Bahn) eindeutig! Die klassischen Bahnelemente können aus ihnen bestimmt werden. Normalerweise ergibt sich eine Ellipse. Theoretisch ist jedoch auch eine Parabelbahn oder Hyperbel möglich.

Erklärungen zu Plot S. 3/4

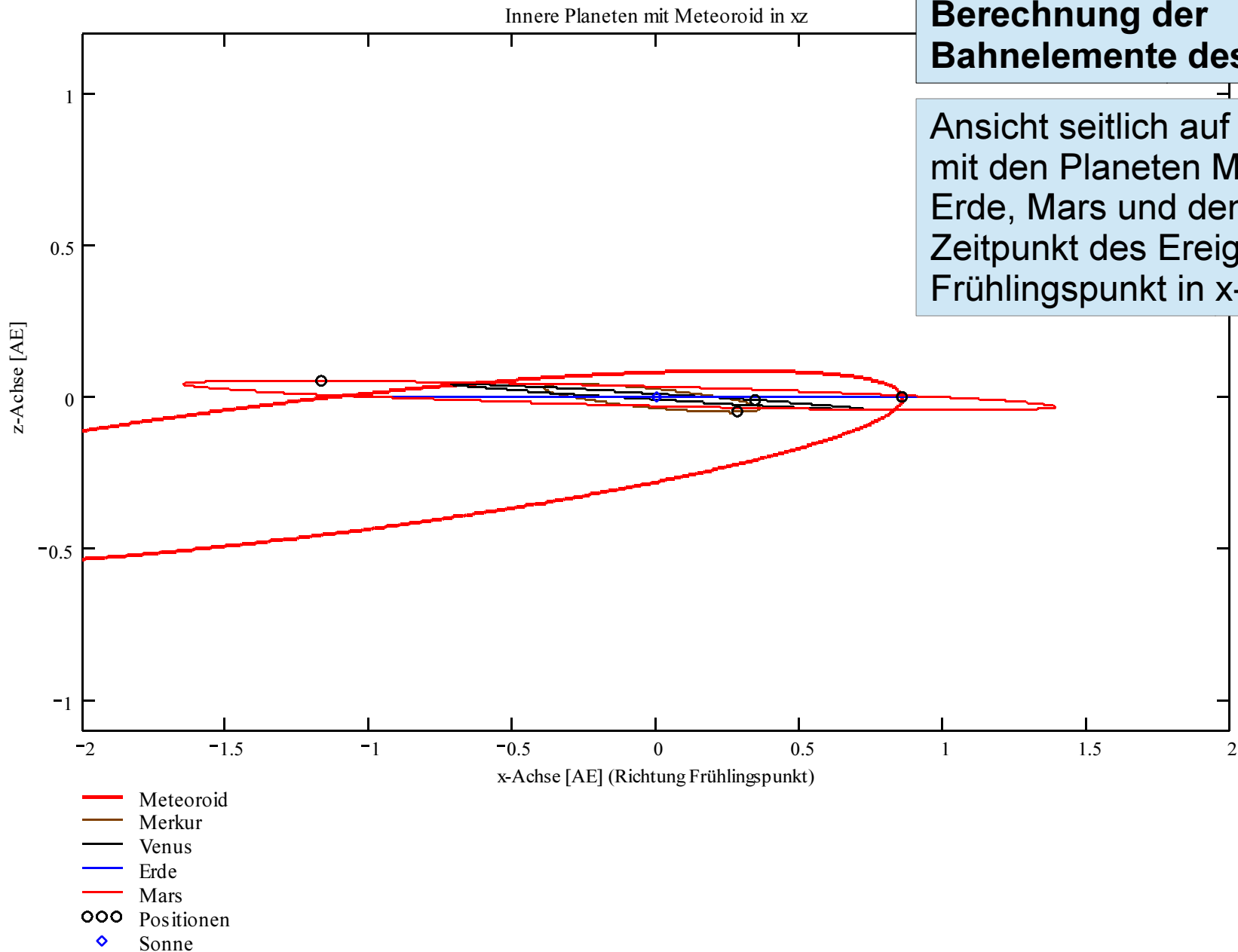
Berechnung der Bahnelemente des Meteors

Ansicht auf Ekliptikebene mit den Planeten Merkur, Venus, Erde, Mars und dem Meteor, zum Zeitpunkt des Ereignisses. Frühlingspunkt in x-Achsenrichtung.

Entsprechende Ansichten mit allen Planeten sind auf Plot Seite 4 zu sehen.



Erklärungen zu Plot S. 3



Berechnung der Bahnelemente des Meteors

Ansicht seitlich auf Ekliptikebene mit den Planeten Merkur, Venus, Erde, Mars und dem Meteor, zum Zeitpunkt des Ereignisses. Frühlingspunkt in x-Achsenrichtung.

Erklärungen zu Plot S. 8-10

Ergebnisse aus Aerodynamik und Helligkeit (Ablationsphase)

Diese Auswertung wird nur bei Feuerkugeln durchgeführt, welche geringe Endhöhen erreichen und daher auch merklich abgebremst werden. In solchen Fällen kann das Geschwindigkeitsprofil, und somit die Ablationsphase, detaillierter analysiert werden. Es können damit Rückschlüsse, sowohl auf die Anfangsmasse, als auch über eventuelle Restmassen, welche den Atmosphärenflug überstanden haben und in den Dunkelflug übergehen, gemacht werden.

In der Ablationsberechnung wird zur Zeit ein Einmassen-Modell verwendet. Es wird damit in der Modell-Rechnung angenommen, dass der Meteoroid nicht fragmentiert.

Die Modell-Rechnungen basieren auf folgender Methode:

„Drag, ablation and fragmentation of a meteor body in the atmosphere“ von Vladimir Vinnikov, Maria Gritsevich, Daria Kuznetsova und Vladislav Lukashenko
<http://www.ipme.ru/ipme/conf/APM2013/2013-PDF/2013-619.pdf>

„METEOROIDS INTERACTION WITH THE EARTH ATMOSPHERE“
von Leonid I. Turchak, Maria I. Gritsevich
<http://www.imbm.bas.bg/tm/jtam/files/44-4/15-28.pdf>

„Constraining the luminous efficiency of meteors“ von Maria Gritsevich und Detlef Koschny
https://www.researchgate.net/publication/272829079_Icarus_212_2011_877-884

Erklärungen zu Plot S. 8-10

Ergebnisse aus Aerodynamik und Helligkeit (Ablationsphase)

Neigungswinkel der Trajektorie
(bezüglich der Horizontalen!):

$$\gamma = 21.723 \text{ deg}$$

Geschwindigkeit bei
Atmosphäreneintritt:

$$V_e = 23.242 \quad [\text{km/s}]$$

Anfangsgeschwindigkeit:

$$Vf(v_1) = 23.183 \quad [\text{km/s}]$$

Endgeschwindigkeit:

$$Vf(v_{ne}) = 10.637 \quad [\text{km/s}]$$

Endbeschleunigung:

$$Vi^o(v_{ne}) = -12.253 \quad [\text{km/s}^2]$$

Ballistischer Koeffizient:

$$\alpha = 272.479$$

Hinweis: Die Helligkeitswerte
haben keinen Einfluss auf die
Parameter α und β !!

Massenverlust-Parameter:

$$\beta = 2.679$$

Dichte des Meteors (bulk:
density) -> Vorgabewert!

$$\rho_m = 3500 \quad [\text{kg/m}^3]$$

$$\text{Prod}_{G16_{ai}} = \frac{\tau \cdot (c_d \cdot A_e)^3}{\rho_m^2}$$

$$\text{Prod}_{G16_{ai}} = 0.000871 \quad [\text{cm}^6/\text{g}^2]$$

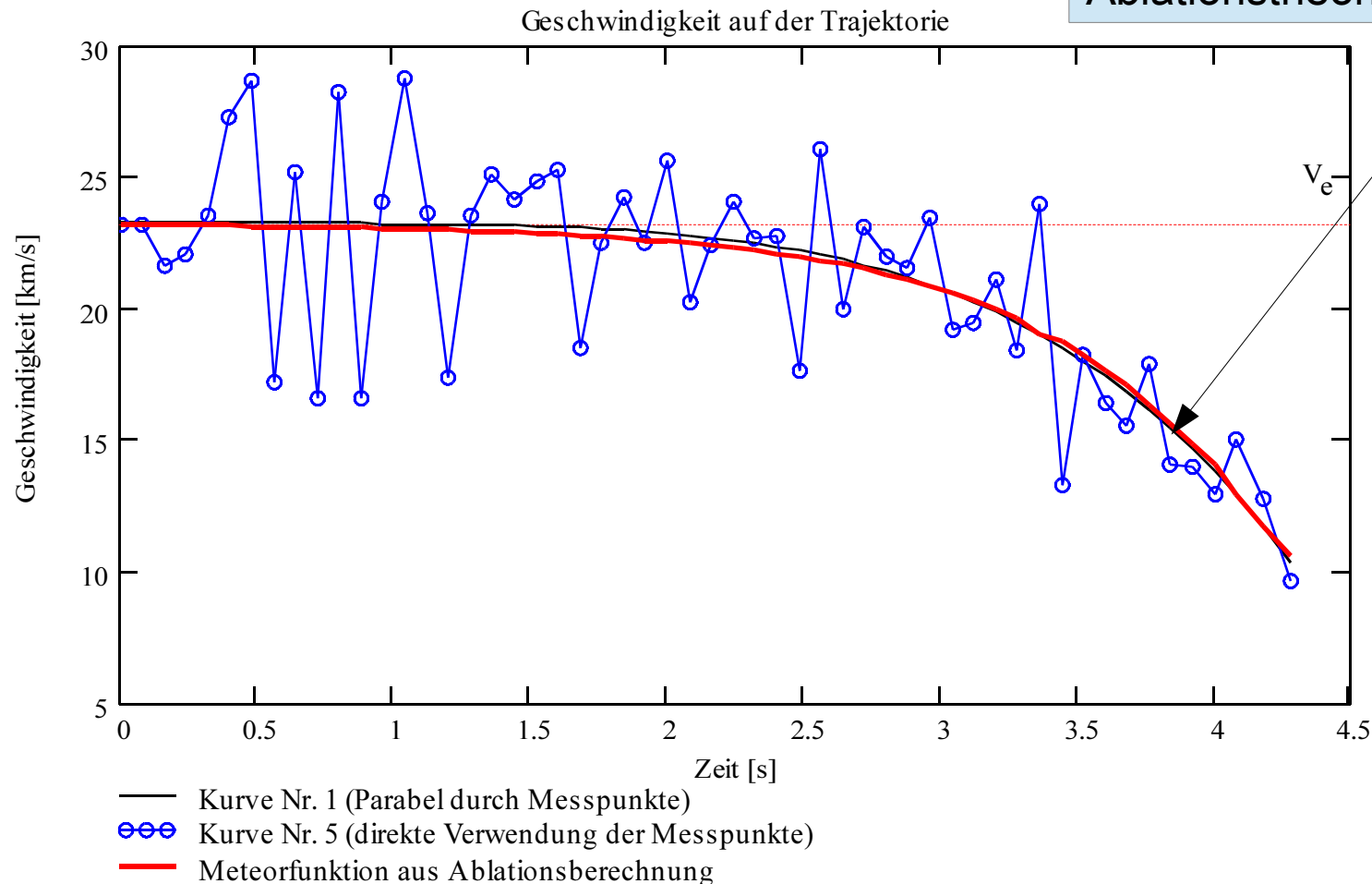
Erklärungen zu Plot S. 8-10

Ergebnisse aus Aerodynamik und Helligkeit (Ablationsphase)

Ausgewerteter Beobachtungsort (xml-Datei): Stat_Id = "VTE"

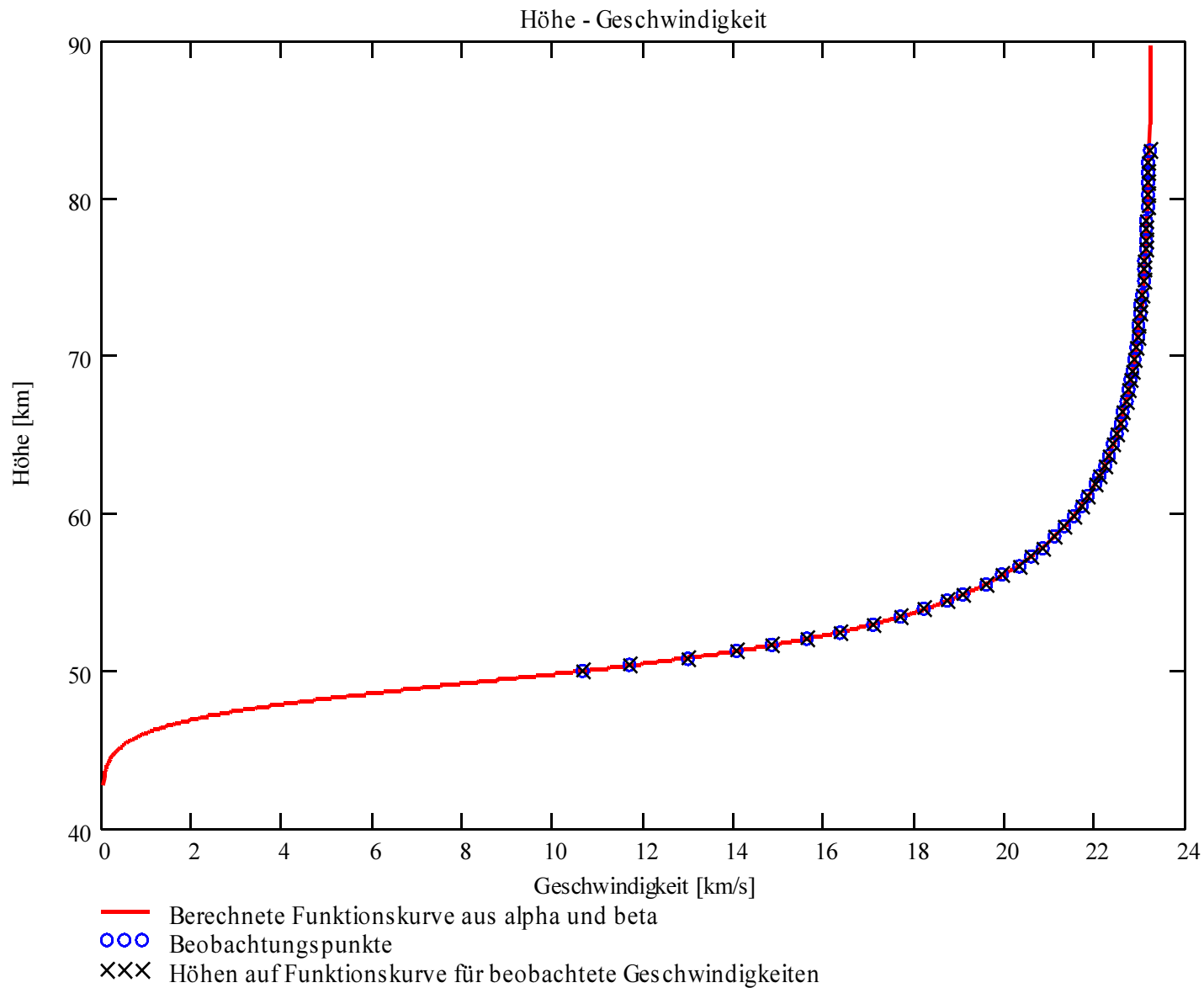
Vergleich der Geschwindigkeit aus Messpunkten und Meteorfunktion aus Ablation:

Die optimierten Parameter für α und β ergeben die Meteorfunktion (Geschwindigkeitsverlauf nach Ablationstheorie)



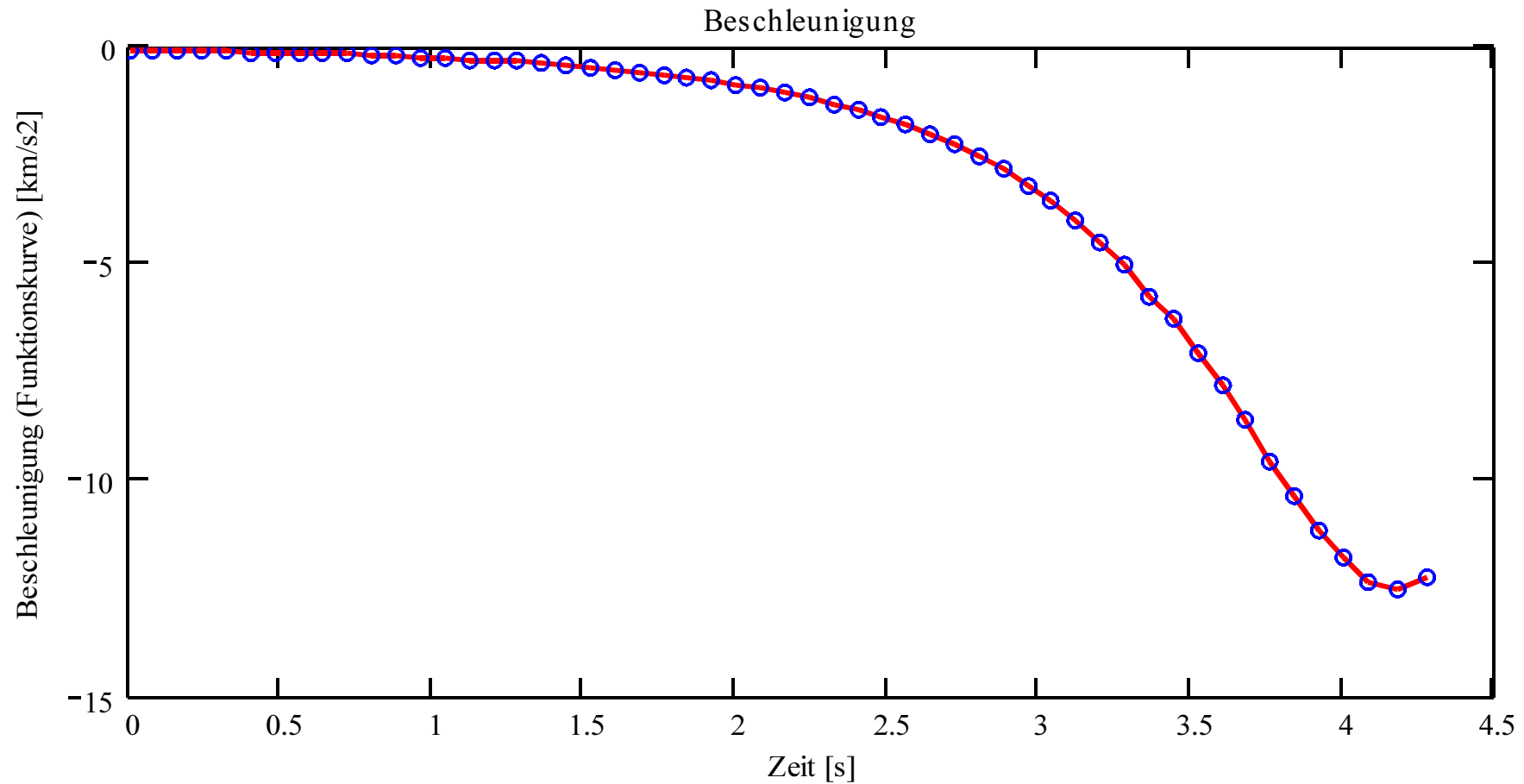
Erklärungen zu Plot S. 8-10

Ergebnisse aus Aerodynamik und Helligkeit (Ablationsphase)



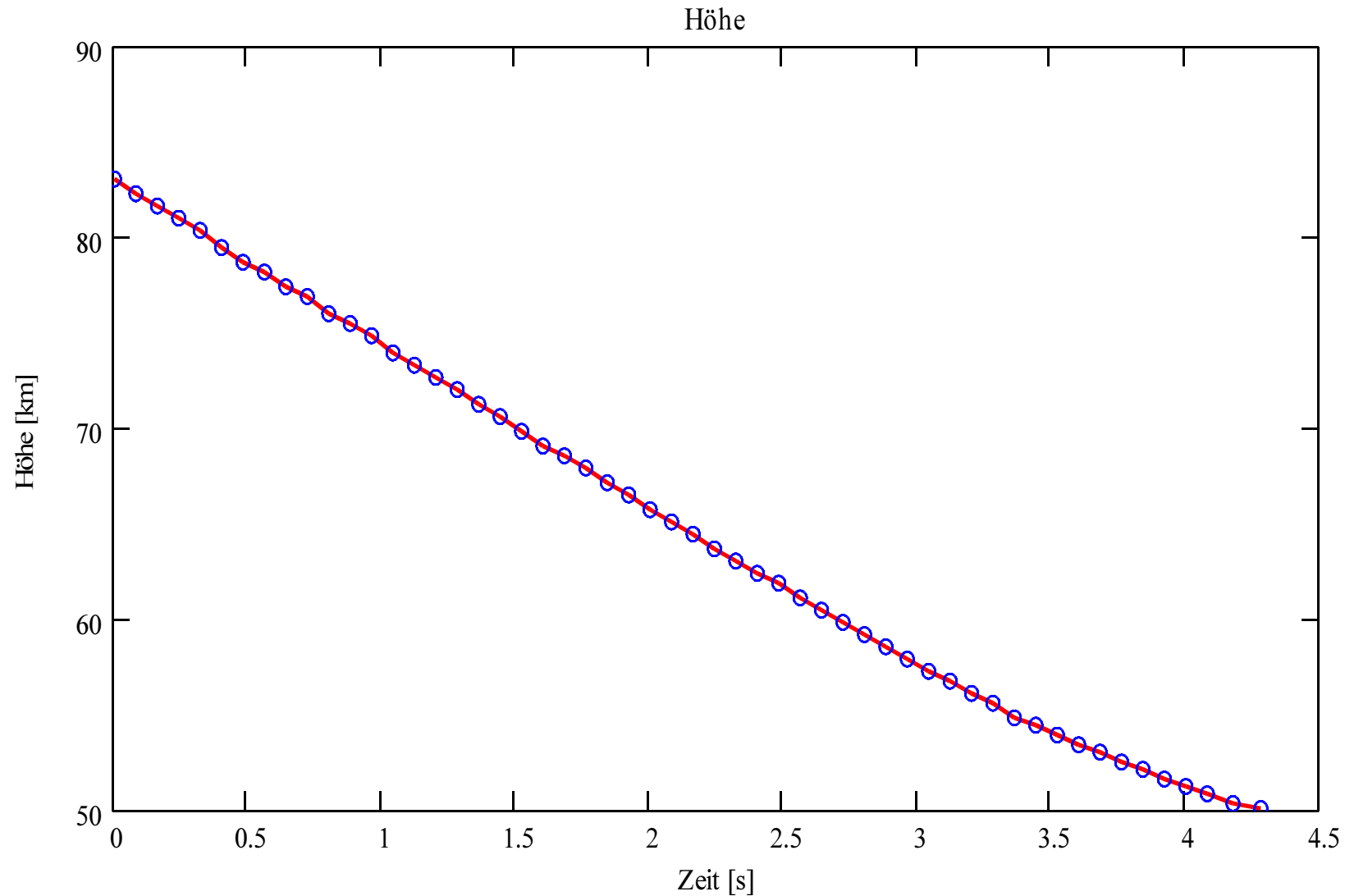
Erklärungen zu Plot S. 8-10

Ergebnisse aus Aerodynamik und Helligkeit (Ablationsphase)



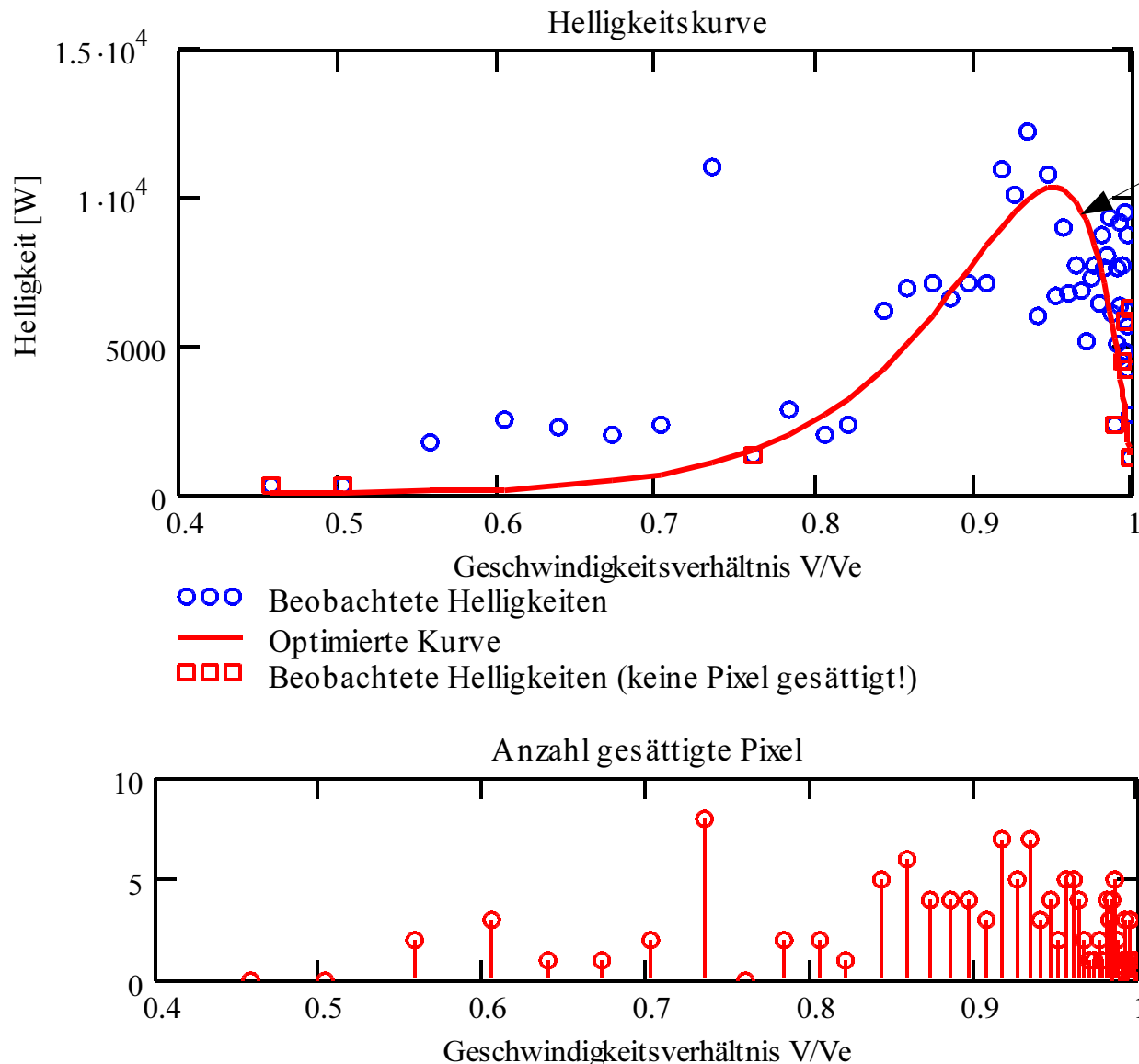
Erklärungen zu Plot S. 8-10

Ergebnisse aus Aerodynamik und Helligkeit (Ablationsphase)



Erklärungen zu Plot S. 8-10

Ergebnisse aus Aerodynamik und Helligkeit (Ablationsphase)



Die Helligkeitskurve wird für die Bestimmung des Parameters μ benötigt.

Hinweis:

Manchmal ist es nicht ganz so einfach eine plausible, optimierte Helligkeitskurve aus den Beobachtungen zu finden. Nach der Theorie sollten die Werte für m jedoch zwischen 0 und $2/3$ liegen, woraus zumindest eine mögliche Bandbreite resultiert.

Erklärungen zu Plot S. 8-10

Ergebnisse aus Aerodynamik und Helligkeit (Ablationsphase)

Ergebnisse aus Helligkeitskurve:

Rotations-Parameter:

$$\mu = 0.712$$

Ablationskoeffizient:

$$\sigma_{\min} = 0.00992 \quad \text{für } \mu_{\min}=0$$

$$\sigma_{\max} = 0.02975 \quad \text{für } \mu_{\max}=2/3$$

$$\sigma = 0.0344 \quad \text{für: } \mu = 0.712$$

Da die Form des Meteoroiden nicht bekannt ist, werden Berechnungen für Kugelform und Parallelepiped, mit den μ -Werten 0, 2/3 und dem aus der Helligkeitskurve ermittelten, durchgeführt.

Annahme für zwei Produkte aus c_d (Widerstandskoeffizient) und A_e (Vor-atmosphärischer Form-Faktor=shape coefficient), welche für die Berechnung des Massenverlaufes verwendet werden (siehe Theorie):

Für Kugelform:

$$\text{Prod}_{cd_Ae_Kugel} = 1.21$$

$$\tau_{Kugel_ai} = 0.006026$$

Leuchteffizienz-Koeffizient τ (luminous efficiency coefficient):

Für Parallelepiped (mit Kantenlängen 2L, 3L, 5L):

$$\text{Prod}_{cd_Ae_Parallelepiped} = 1.554$$

$$\tau_{Parallelepiped_ai} = 0.002847$$

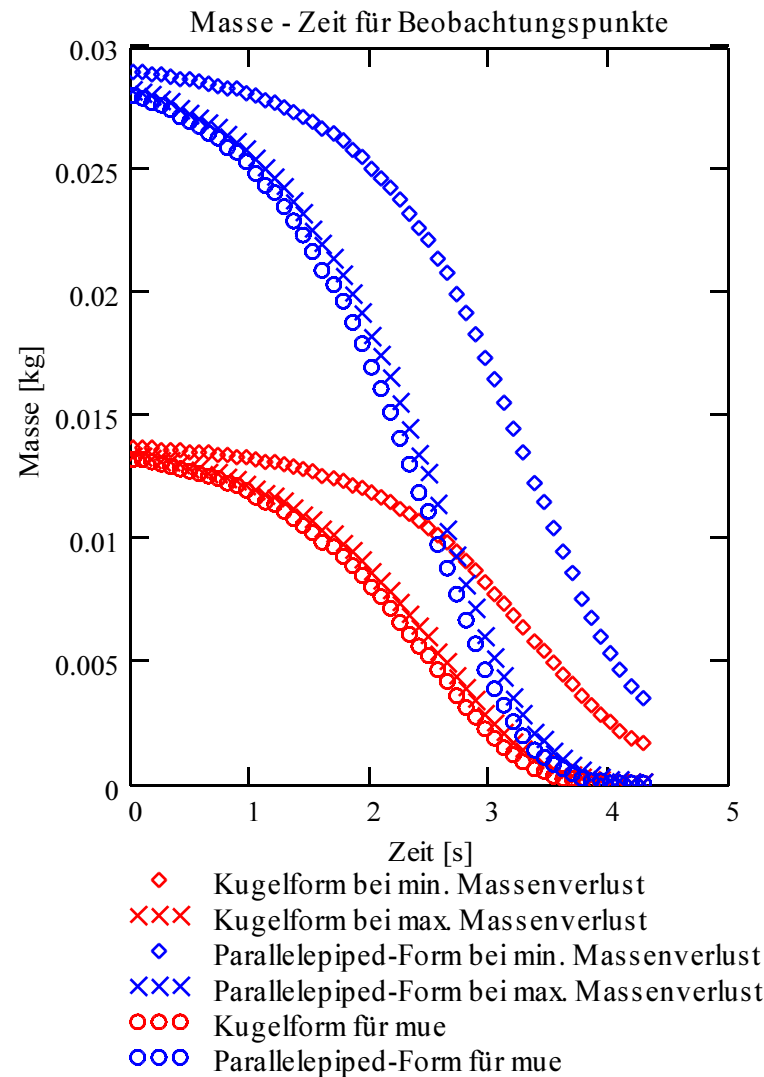
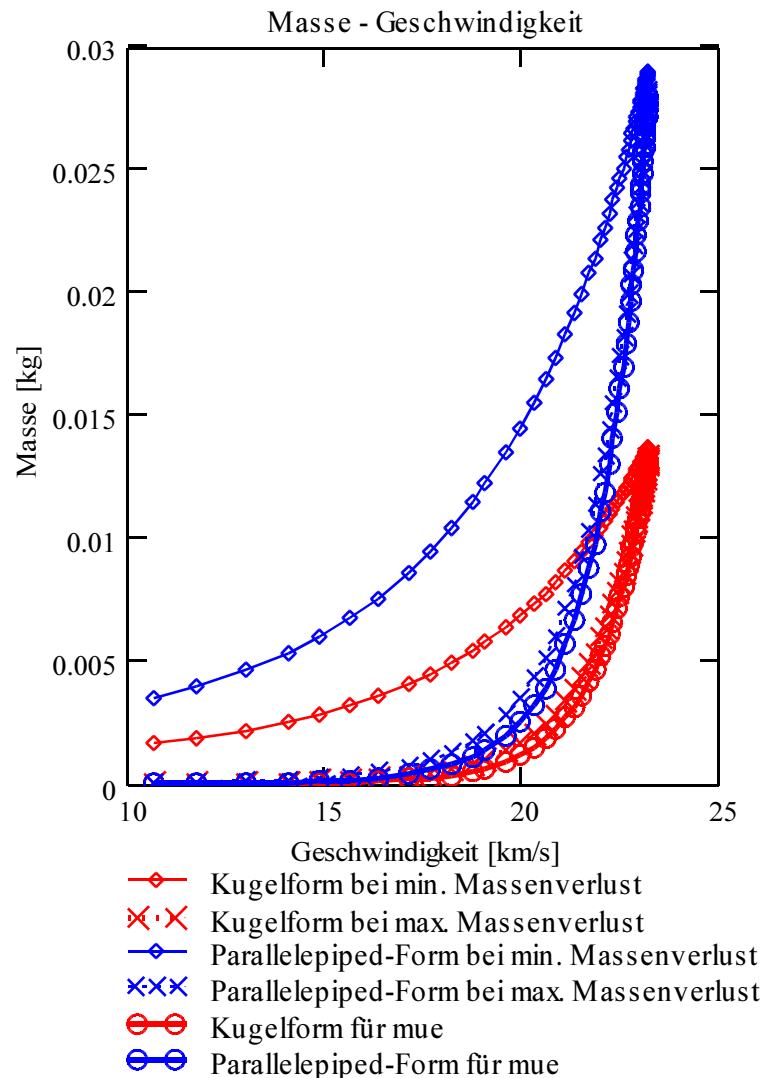
Anfangsmasse:	$M_1 = 0.014$ [kg]	$M_2 = 0.029$ [kg]
Endmasse bei $\mu=0$:	$M_{Kugel_mu_{\min}}(v_{ne}) = 0.002$ [kg]	$M_{PE_mu_{\min}}(v_{ne}) = 0.004$ [kg]
Endmasse bei $\mu=2/3$:	$M_{Kugel_mu_{\max}}(v_{ne}) = 0$ [kg]	$M_{PE_mu_{\max}}(v_{ne}) = 0$ [kg]
Endmasse für: $\mu = 0.712$	$M_{Kugel_mu}(v_{ne}) = 0$ [kg]	$M_{PE_mu}(v_{ne}) = 0$ [kg]

Die Anfangsmasse ist nur von der Form abhängig (nicht von μ)!

Erklärungen zu Plot S. 8-10

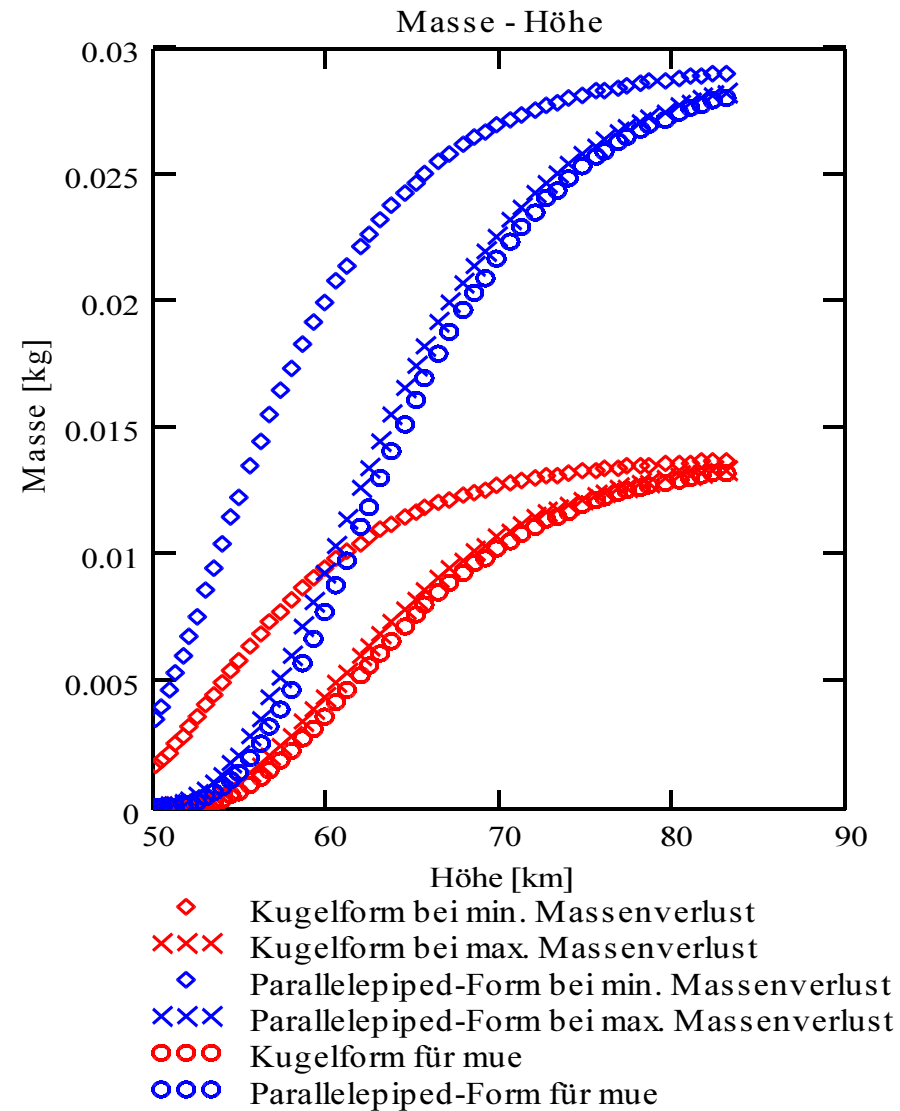
Ergebnisse aus Aerodynamik und Helligkeit (Ablationsphase)

Verlauf der Massenabnahme für Kugelform und Parallelepiped (mit Kantenlängen 2L, 3L, 5L) für $\mu = 0$, $\mu = 2/3$ und für den berechneten Wert μ (μ = Parameter für mögliche Rotation des Meteoroiden):.

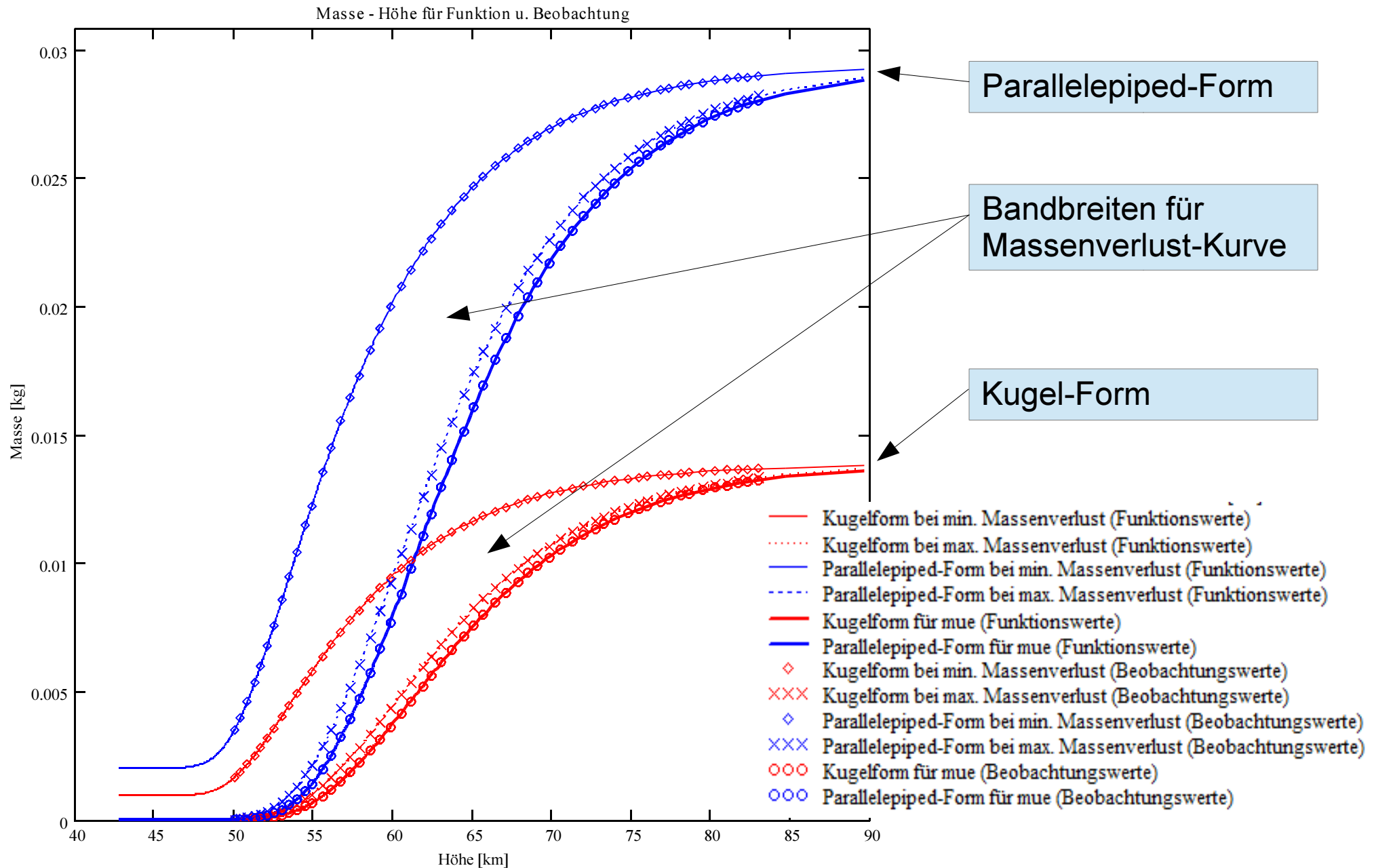


Erklärungen zu Plot S. 8-10

Ergebnisse aus Aerodynamik und Helligkeit (Ablationsphase)



Erklärungen zu Plot S. 8-10



Web-Links

Zeitumrechnungen -> (IERS – International Earth Rotation and Reference Systems Service):

<http://www.iers.org/iers/EN/DataProducts/tools/timescales/timescales.html>

Nutationsberechnung nach Theorie IAU 2000A und IAU 2000B:

<http://www.neoprogrammics.com/nutations/>

<http://www.usno.navy.mil/USNO/earth-orientation/software/earth-orientation-matrix-calculator>

<http://maia.usno.navy.mil/t2crequest/t2crequest.html>

<ftp://maia.usno.navy.mil/conv2010/>

<http://www.iausofa.org/>

Berechnung der Erdkoordinaten nach VSOP87-Theorie (Theoretische Genauigkeit $\pm 1''$):

<https://www.caglow.com/info/compute/vsop87>

<http://www.neoprogrammics.com/vsop87/>

http://www.neoprogrammics.com/vsop87/source_code_generator_tool/

<ftp://ftp.imcce.fr/pub/ephem/planets/vsop87>

<ftp://cdsarc.u-strasbg.fr/pub/cats/VI%2F81/>

Geometric, dynamic, orbital and photometric data on meteoroids from photographic fireball networks:

<http://adsabs.harvard.edu/abs/1987BAICz..38..222C>

Literatur

Explanatory Supplement to the Astronomical Almanac. Edited by Sean E. Urban and P. Kenneth Seidelmann, 3rd Edition.

u.a. verwendet für:

Präzessionsberechnung

GMST (Greenwich Mean Sidereal Time = mittlere Sternzeit Greenwich)

GAST (Greenwich Apparent Sidereal Time = scheinbare Sternzeit (mit Berücksichtigung der Nutation!))

Berechnung der Planetenbahnen für J2000.0

Grundlagen der Ephemeridenrechnung, von Oliver Montenbruck (3. Auflage)

u.a. verwendet für Bahnelemente

Mathematisches Hilfsbuch für Studierende und Freunde der Astronomie, von Wolfgang Wepner.

u.a. verwendet für Koordinatensystem der Erde

Die Bahnbestimmung der Himmelskörper von Julius Bauschinger.

u.a. verwendet für Zenithattraktion

Vielen Dank für die
Aufmerksamkeit!

